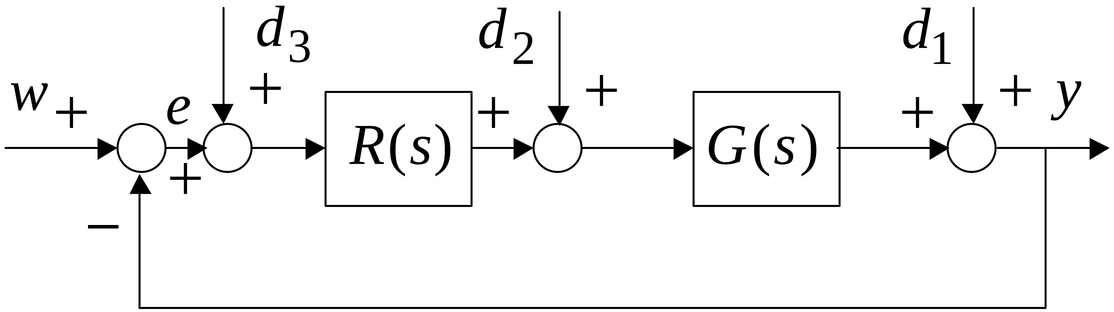
Fondamenti di Automatica

1) Facendo uso del diagramma asintotico del modulo della risposta in frequenza si determini, approssimativamente, il margine di guadagno e la corrispondente pulsazione ω_π per le funzioni di trasferimento d'anello

$$L_1(s) = \frac{0.1}{s(1+s)^2}, \quad L_2(s) = \frac{0.5(1-s)}{s(1+s)}, \quad L_3(s) = \frac{e^{-s}}{s}$$

2) Con riferimento allo schema



dove G(s) è una fdt di tipo non negativo, si determini il minimo valore del tipo che deve caratterizzare la fdt d'anello L(s) in modo da garantire che, asintoticamente, l'errore *e* sia nullo quando

$$a)\ w(t) = a \ \mathrm{sca}(t),\ d_1(t) = b \ \mathrm{sca}(t),\ d_2(t) = g \ \mathrm{sca}(t),\ d_3(t) = 0$$

$$b)\ w(t) = a \ \mathrm{sca}(t),\ d_1(t) = b \ \mathrm{sca}(t),\ d_2(t) = g \ \mathrm{ram}(t),\ d_3(t) = 0$$

$$c)\ w(t) = a \ \mathrm{ram}(t),\ d_1(t) = b \ \mathrm{ram}(t),\ d_2(t) = g \ \mathrm{ram}(t),\ d_3(t) = 0$$

$$d)\ w(t) = a \ \mathrm{ram}(t),\ d_1(t) = b \ \mathrm{par}(t),\ d_2(t) = g \ \mathrm{sca}(t),\ d_3(t) = 0$$

$$\forall a, b, g$$

3) Con riferimento al precedente schema si individuino i vincoli da imporre al diagramma del modulo della risposta in frequenza della fdt d’anello quando si voglia che, asintoticamente, l’ampiezza dell’errore sia minore di un centesimo quando w(t)=0 ed è presente uno dei disturbi

$$d_1(t) = \mathrm{sen}(w_1 t), d_2(t) = \mathrm{sen}(w_2 t), d_3(t) = 2\,\mathrm{sen}(w_3 t)$$

$$w_1 \in [1{,}10], w_2 \in [0.01{,}0.5], w_3 \in [50{,}500]$$

e $G(s) = \dfrac{10}{(1+s)}$

4) Con riferimento allo schema a blocchi sopra mostrato ed utilizzando i diagrammi asintotici del modulo della risposta in frequenza, si progetti il regolatore in modo da soddisfare alle richieste

a) Errore a regime nullo quando w(t)=Wsca(t), d_1= D_1 sca(t), d_2 = D_2 sca(t), per ogni valore di W, D_1, D_2

b) Sovraelongazione quando w(t)=sca(t) non superiore al 30%

c) Pulsazione critica di circa 10 rad/s

d) Errore a regime minore di 0.1 quando w(t)=0 ed è presente uno dei disturbi

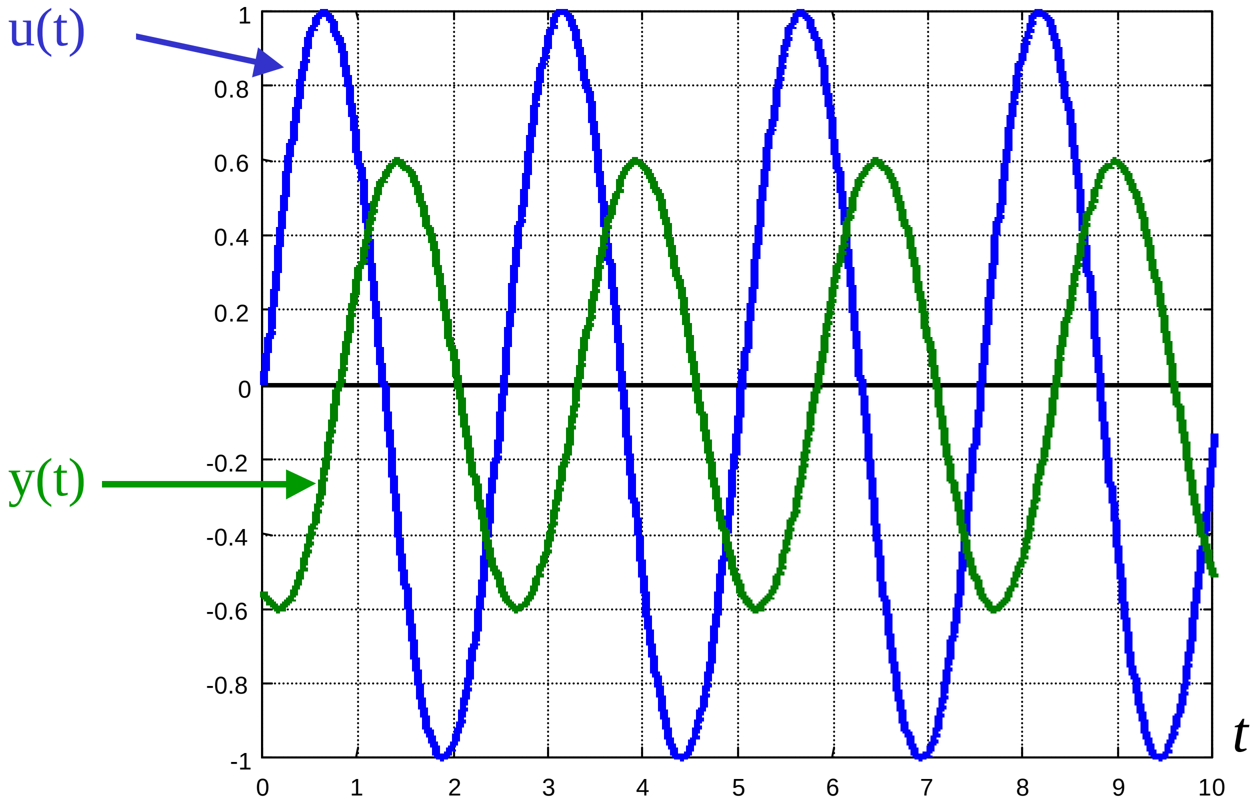
$$d_1(t) = 2\,\text{sen}(w_1 t), w_1 \in [0.05,1],\; d_2(t) = 0.5\,\text{sen}(w_2 t), w_2 \in [0.005,0.1]$$

$$d_3(t) = \text{sen}(w_3 t), w_3 \in [100,400]$$

Il sistema da controllare è descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{20(1 - s/60)}{(1 + s/5)(1 + s/80)}$$

5) Un esperimento di risposta alla frequenza su un sistema con fdt G(s) ha fatto rilevare il seguente andamento (a regime) delle variabili di ingresso u e di uscita y



E' possibile che $G(s)=\dfrac{m}{(1+sT)}, \quad m>0, T>0$?

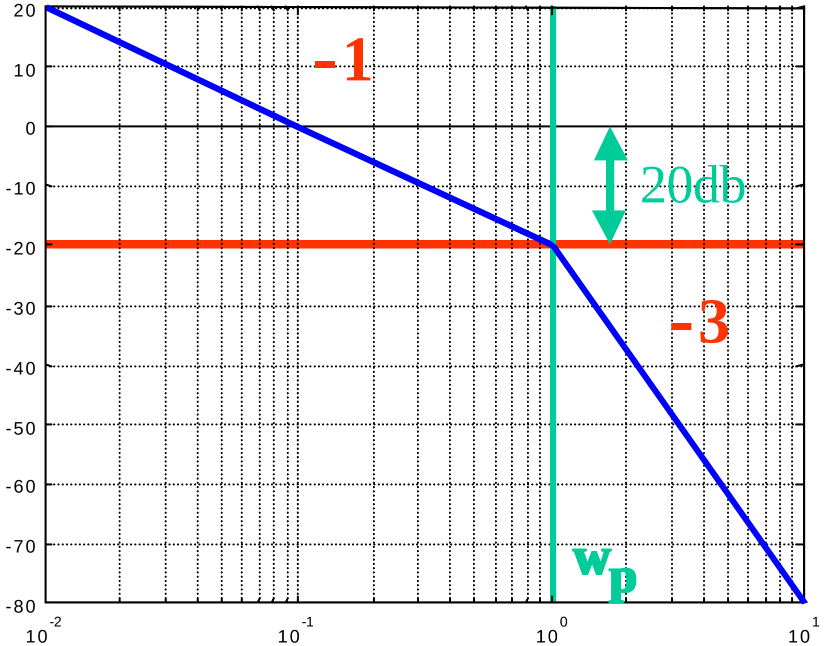
6) Con riferimento allo schema del punto 2. sia

$$G(s) = \frac{0.1(1-s)}{s(1+10s)}$$

Facendo uso dei diagrammi asintotici del modulo della risposta in frequenza, determinare secondo le regole di taratura ad anello chiuso di Ziegler e Nichols i parametri di un regolatore PID

Risposte

1)

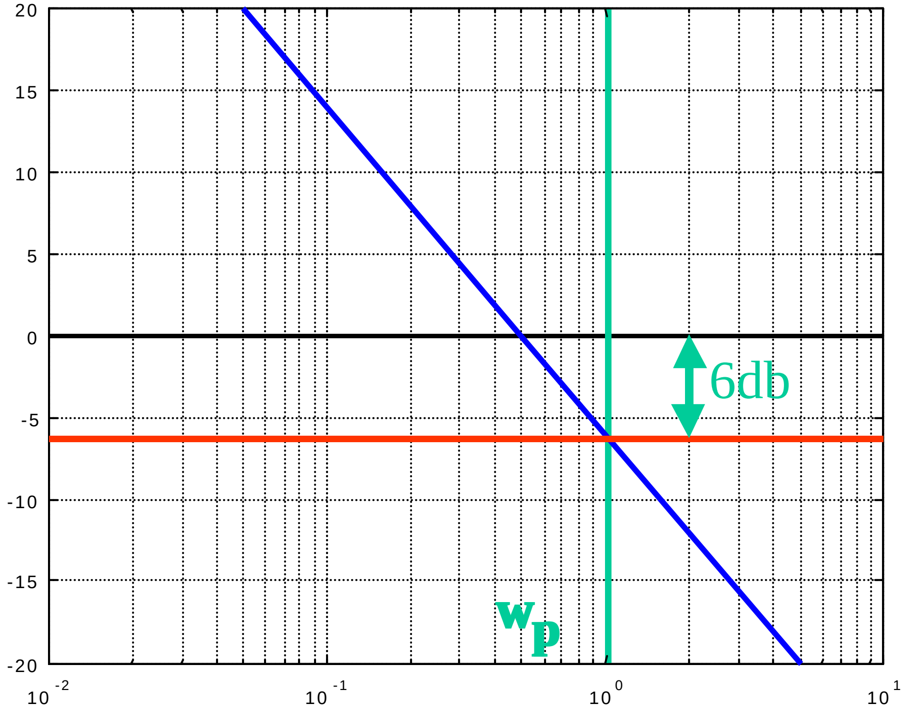


$$\arg(L_1(j)) = -90° - 2 \times 45°$$

$$k_m|_{db} = 20$$

$$w_p = 1$$

-

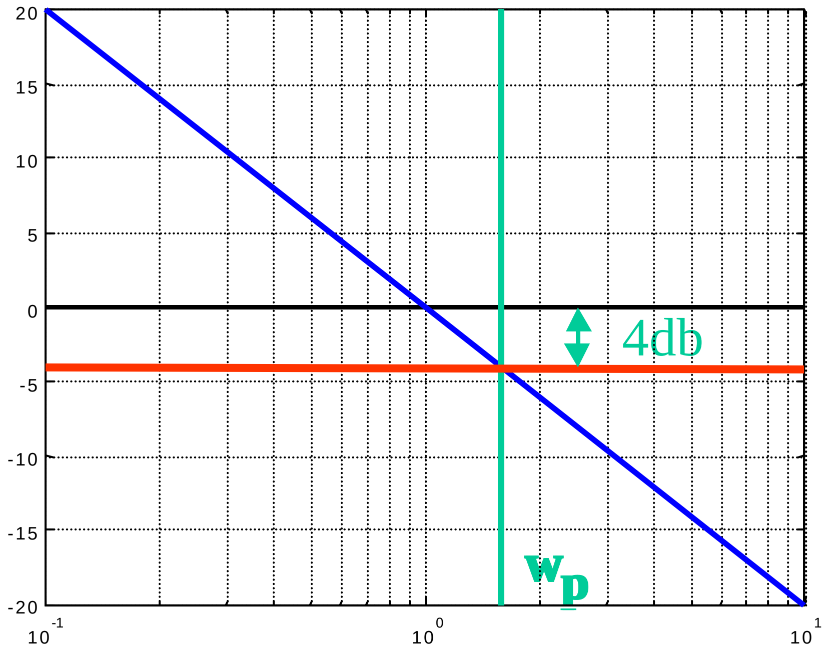


$$\arg(L_2(j)) = -90° - 2\times 45°$$

$$k_m|_{db} = 6$$

$$w_p = 1$$

Fondamenti di Automatica



$$\arg(L_3(jp/2)) = -90^\circ - \frac{p}{2}\frac{180^\circ}{p}$$

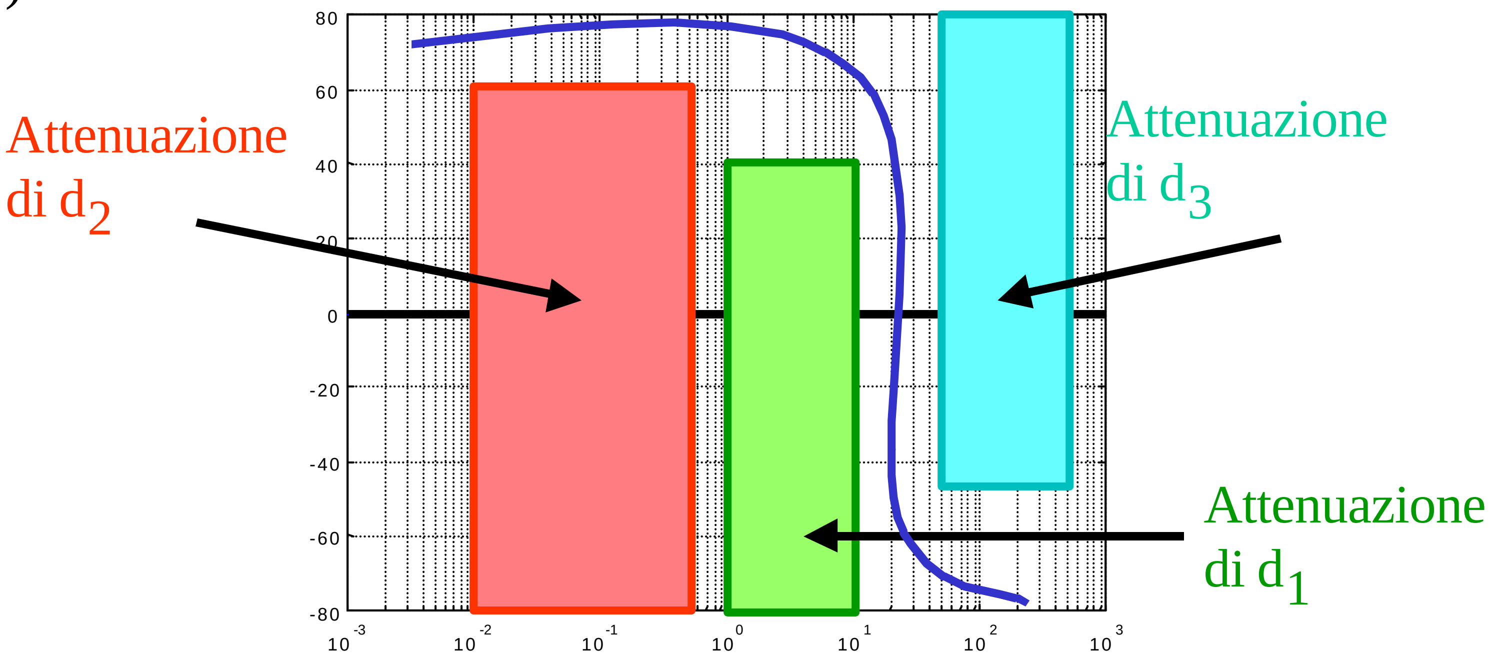
$$k_m|_{db} \cong 4$$

$$w_p = p/2$$

2) Se con g (intero non negativo per ipotesi) si indica il tipo di G(s) e con l il tipo di L(s), allora

$$a)\ l = g+1,\ b)\ l = g+2,\ c)\ l = g+2,\ d)\ l = \min(g+1,3)$$

3)

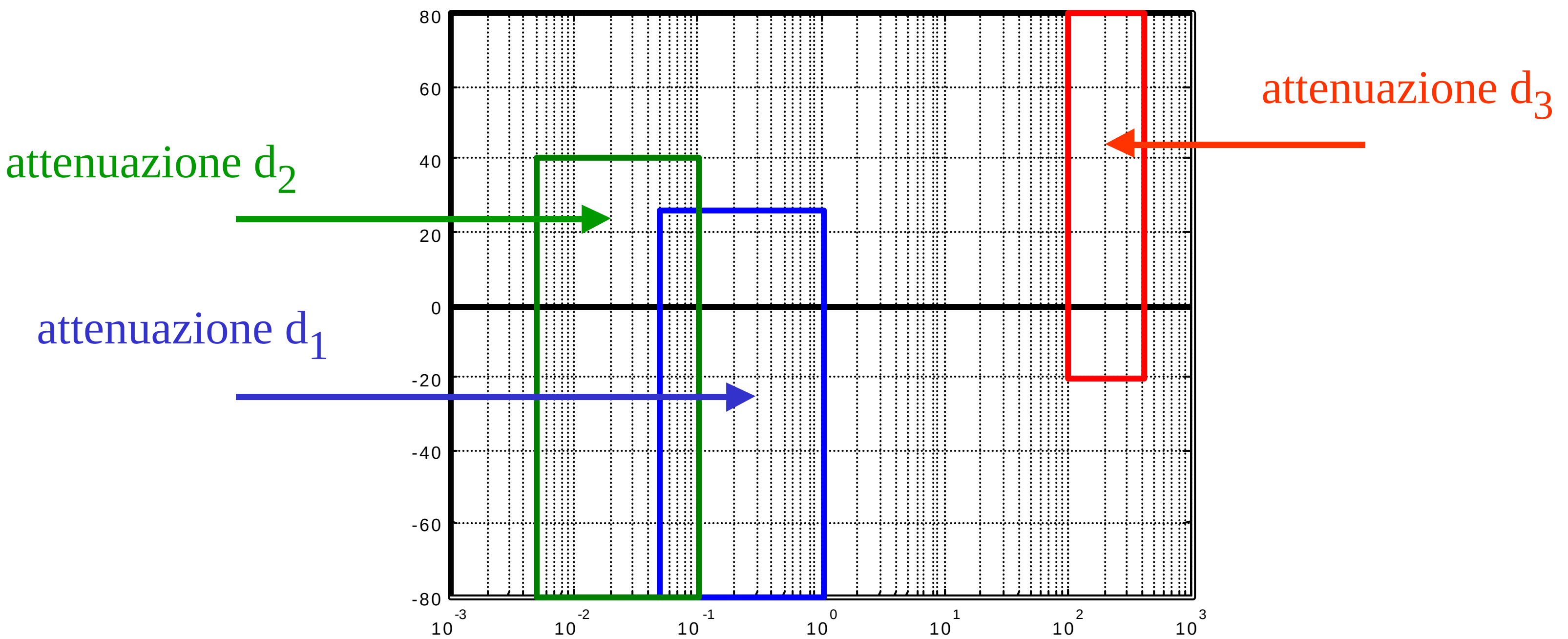


4)

a) La fdt d’anello L(s) deve essere (almeno) di tipo 1

b) La richiesta è soddisfatta (con un po’ di lasco) dall’imporre un margine di fase maggiore di 45°

d) Il modulo della risposta in frequenza di L(s) deve evitare le zone mostrate nella figura



Una possibile soluzione è rappresentata da

$$L(s) = \frac{40(1+0.5s)(1-s/60)}{s(1+2s)(1+s/60)(1+s/80)}$$

conseguenza della decisione di scegliere per la pulsazione critica il valore indicato, di avere toccato la regione interdetta per L(s) alla pulsazione 1, di avere annullato l'effetto (sul modulo) dello zero positivo con una coppia di poli

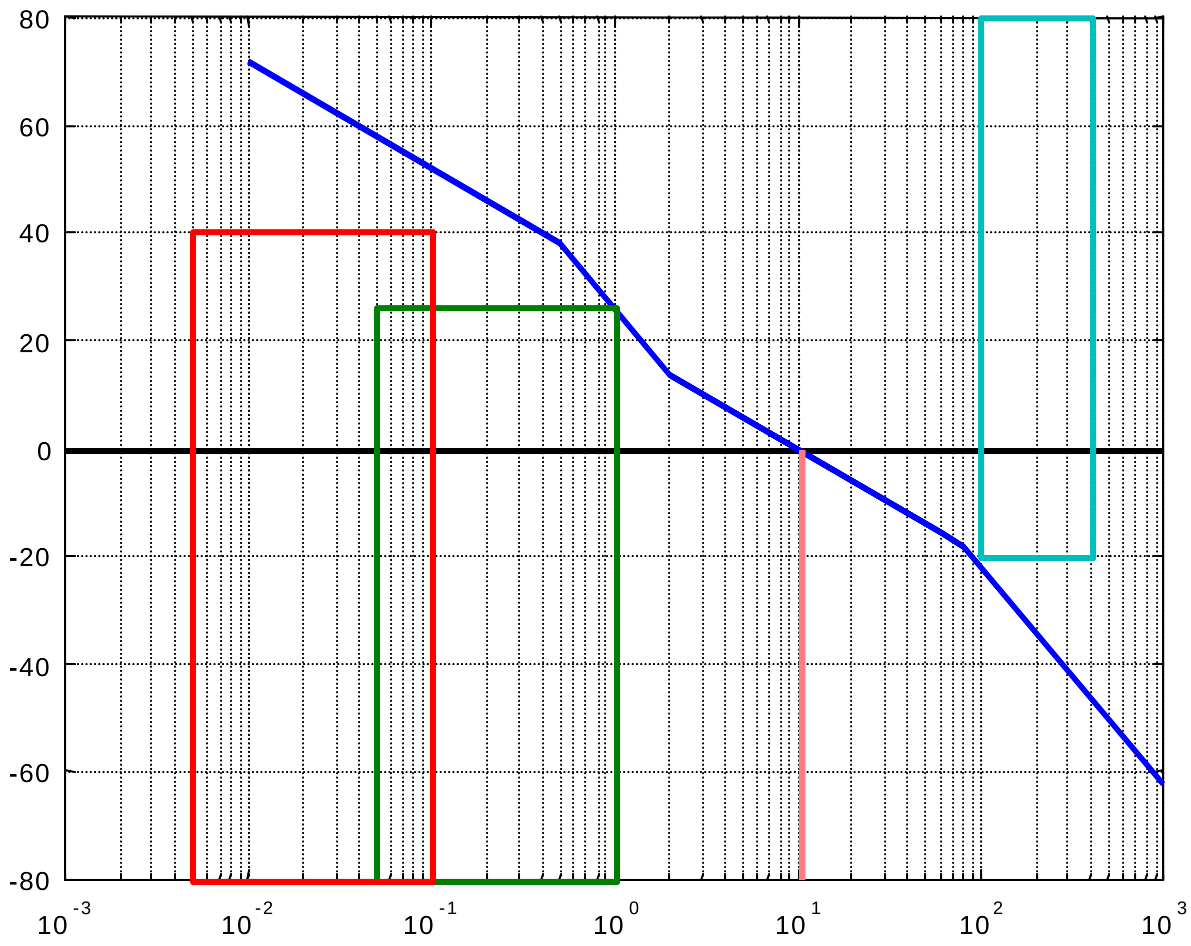
Il margine di fase calcolato assumendo che il valore della pulsazione critica sia 10, è

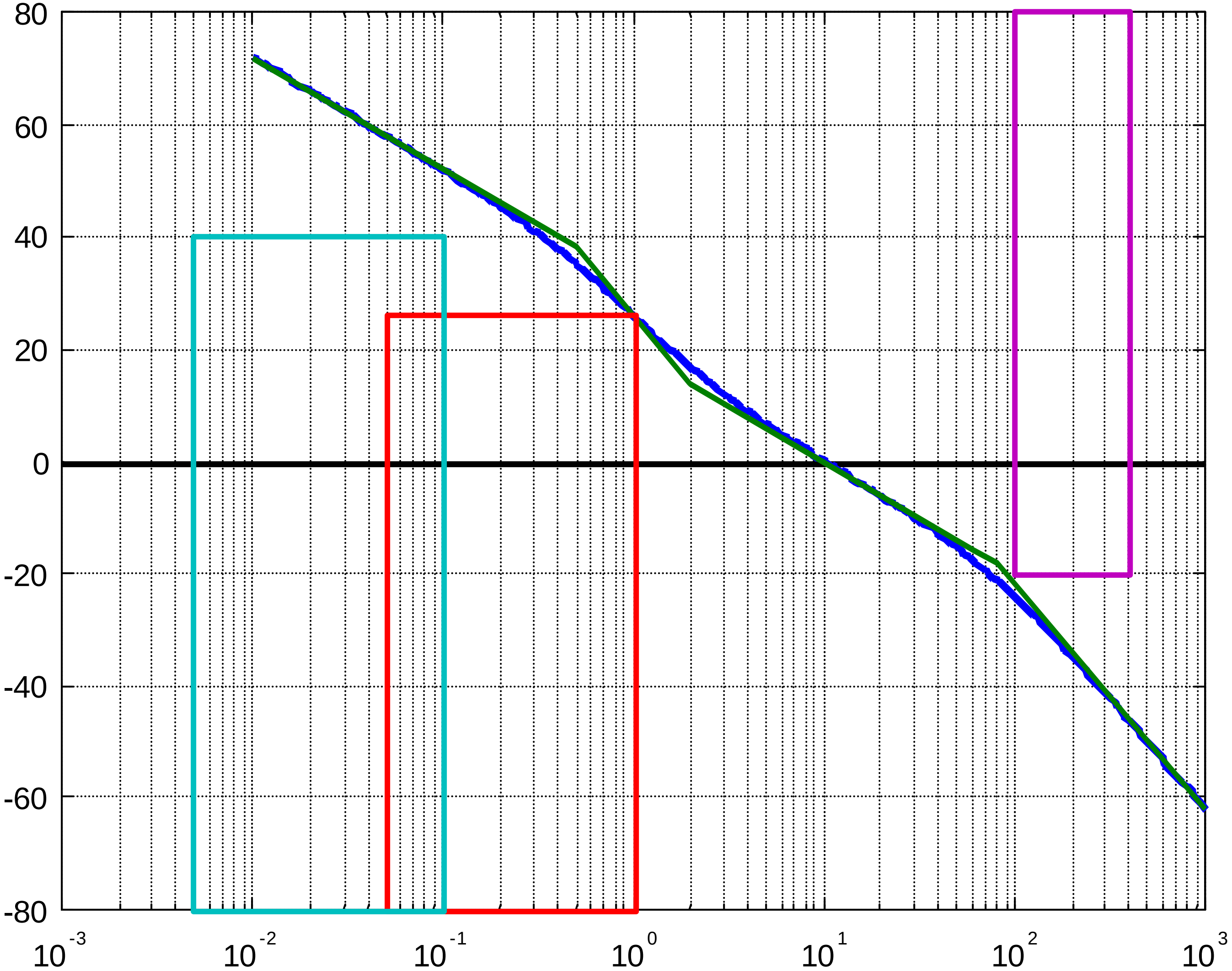
$$j_m = 180° - 90° - \mathrm{arctg}(20)° + \mathrm{arctg}(5)° - 2 \times \mathrm{arctg}(1/6)° - \mathrm{arctg}(1/8)° = 55.5°$$

Il diagramma asintotico del modulo della risposta in frequenza della fdt d'anello L è mostrato nella prossima figura, mentre nella successiva è mostrato l'andamento reale che dà

$$w_c = 10.1 \text{ rad/s}, \quad j_c = 55.3°$$

Fondamenti di Automatica




80
60
40
20
0
-20
-40
-60
-80
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}

5) No perché lo sfasamento tra le due sinusoidi è maggiore di 90°
6) Il diagramma asintotico del modulo della risposta in frequenza di G(s) è caratterizzato da

$$w_c = 0.1\ \text{rad/s}, \quad j_m \cong 40°, \quad w_p \cong 0.3\ \text{rad/s}, \quad k_m \cong 10$$

Pertanto

$$\bar{K}_P = k_m = 10, \bar{T} = 2p / w_p = 20.94\ \text{s}$$
$$0.6\bar{K}_P = 6,\ 0.5\bar{T} = 10.18\ \text{s},\ 0.125\bar{T} = 2.54\ \text{s}$$