SOLUZIONE

1) Movimento a partire da $t=0$:

$$x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-t)}bu(t)dt\,, \quad t \geq 0$$

Movimento a partire da $t=t_0$:

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-t)}bu(t)dt\,, \quad t \geq t_0$$

2) La risposta ad uno scalino unitario con stato iniziale $x(0)$ è data da

$$y(t) = ce^{At}x(0) + c\int_0^t e^{A(t-t)}bdt + d, \quad t \geq 0$$

3) Indicando con $y'(t)$ e $y''(t)$ le due uscite, e osservando che $e^{0t} = I$, la loro differenza risulta

$$y'(t) - y''(t) = ce^{At}\left(x'(0) - x''(0)\right) = c\left(x'(0) - x''(0)\right)$$

e quindi è costante.

4) La risposta allo scalino è data da

$$y(t) = cx(0) + cbt + d = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix}$$

e risulta identicamente nulla quando

$$x_1(0) + 2x_2(0) = 0$$