SOLUZIONE

Il movimento a velocità v dell'automobile determina una variazione sinusoidale della quota del terreno sotto la ruota pari a:

$$z(t) = \Delta z \sin \omega t = \Delta z \sin \frac{2\pi}{T} t$$

dove T è il periodo fra due picchi, che può essere calcolato in funzione della distanza Δx fra i dossi e della velocità v:

$$T = \frac{\Delta x}{v} \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi v}{\Delta x}$$

La velocità v_r per cui l'ampiezza delle oscillazioni verticali dell'automobile è massima corrisponde alla velocità che determina la pulsazione di risonanza del sistema meccanico:

$$v_r = \frac{\Delta x \omega_r}{2\pi} = \frac{\Delta x \omega_n \sqrt{1-2\xi^2}}{2\pi}$$

Il problema si riconduce quindi alla determinazione della pulsazione naturale e dello smorzamento del sistema:

$$Ms^2 Y(s) = KZ(s) - KY(s) + DsZ(s) - DsY(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)} = \frac{Ds + K}{Ms^2 + Ds + K} = \frac{1}{M} \frac{Ds + K}{s^2 + \frac{D}{M} s + \frac{K}{M}}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} = \sqrt{\frac{3.2 \times 10^6}{800}} = 61.2 \text{ rad/s} \quad \xi = \frac{D}{2\sqrt{MK}} = \frac{2 \times 10^4}{2\sqrt{3.2 \times 10^6 \cdot 800}} \approx 0.2$$

$$v_r = \frac{1 \cdot 61.2 \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot (0.2)^2}}{2\pi} = 9.3 \text{ m/s} \approx 33.5 \text{ Km/h}$$