

Fondamenti di automatica – IOL
Prova in itinere PI01 – A.A. 2004/05

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema dinamico descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{x}_1(t) = -5x_1(t)x_2(t) + \alpha x_2(t) + u(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -x_3(t) + u(t)$$

$$\dot{x}_3(t) = -x_1^2(t) + 4u(t)$$

$$y(t) = 10x_2(t)$$

1.1) Determinare il valore del parametro α in modo che, con ingresso $\bar{u} = 1$, il sistema stia in equilibrio con $\bar{y} = 5$ e \bar{x}_1 positivo.

1.2) In corrispondenza del valore di α prima determinato, calcolare tutti i possibili stati di equilibrio associati all'ingresso $\bar{u} = 1$.

1.3) Giudicare la stabilità degli stati di equilibrio ricavati al punto precedente.

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema dinamico rappresentato dallo schema a blocchi di Figura 1, dove Σ rappresenta il sistema dinamico descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ z(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad A = \begin{bmatrix} -8 & 2 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad 1]$$

e k è una costante reale.

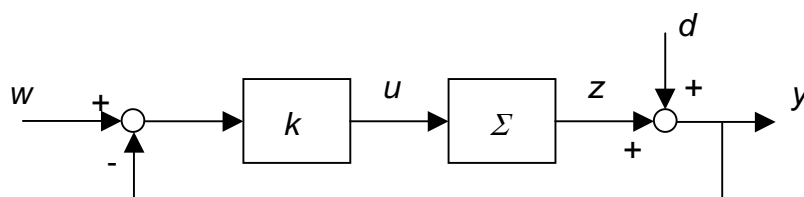


Figura 1

2.1) Determinare la costante k in modo che la funzione di trasferimento tra $w(t)$ e $y(t)$ abbia due poli reali coincidenti.

2.2) In corrispondenza di tale valore di k , e supponendo nullo $d(t)$, calcolare la risposta di $y(t)$ a uno scalino unitario di $w(t)$ (è richiesto il calcolo dell'espressione analitica di $y(t)$ ed eventualmente un grafico con l'andamento qualitativo).

2.3) Sempre con lo stesso valore di k , ricavare la funzione di trasferimento tra $d(t)$ e $y(t)$, calcolandone in particolare poli, zeri e guadagno.

ESERCIZIO 3

Quelli riportati in Figura 2 siano i diagrammi di Bode (ricavati per via sperimentale) di un sistema asintoticamente stabile del secondo ordine con ingresso u e uscita y .

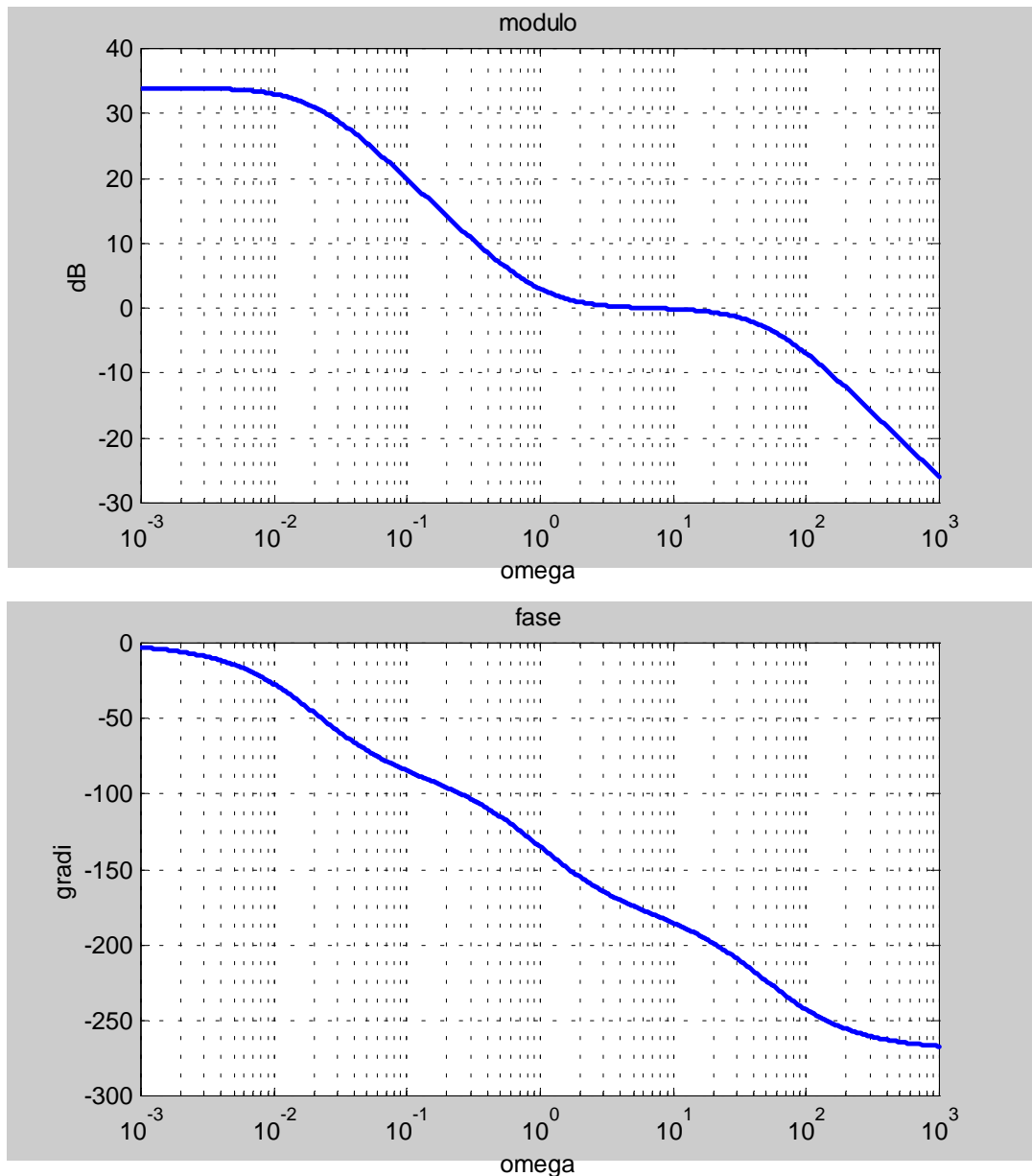


Fig. 2

3.1) Sulla base di tali diagrammi valutare l'andamento asintotico dell'uscita y in risposta all'ingresso $u(t) = \sin(t)$.

3.2) Sempre sulla base dei diagrammi di Figura 2, valutare, anche approssimativamente, la funzione di trasferimento del sistema.

3.3) Verificare il risultato del punto 3.1) calcolando la risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento determinata al punto 3.2).

3.4) Determinare le intersezioni del diagramma polare della risposta in frequenza con gli assi reale e immaginario.

3.5) Si supponga ora che l'ingresso $u(t)$ sia un'onda quadra che oscilla tra $+1$ e -1 con periodo $T = 0.5$. Si dica come si potrebbero usare i diagrammi della Figura 2 per valutare l'andamento a transitorio esaurito dell'uscita $y(t)$.