

ESERCIZIO

Si consideri il sistema retroazionato di Fig. 1

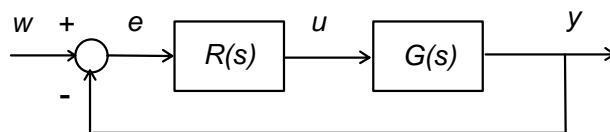


Fig.1

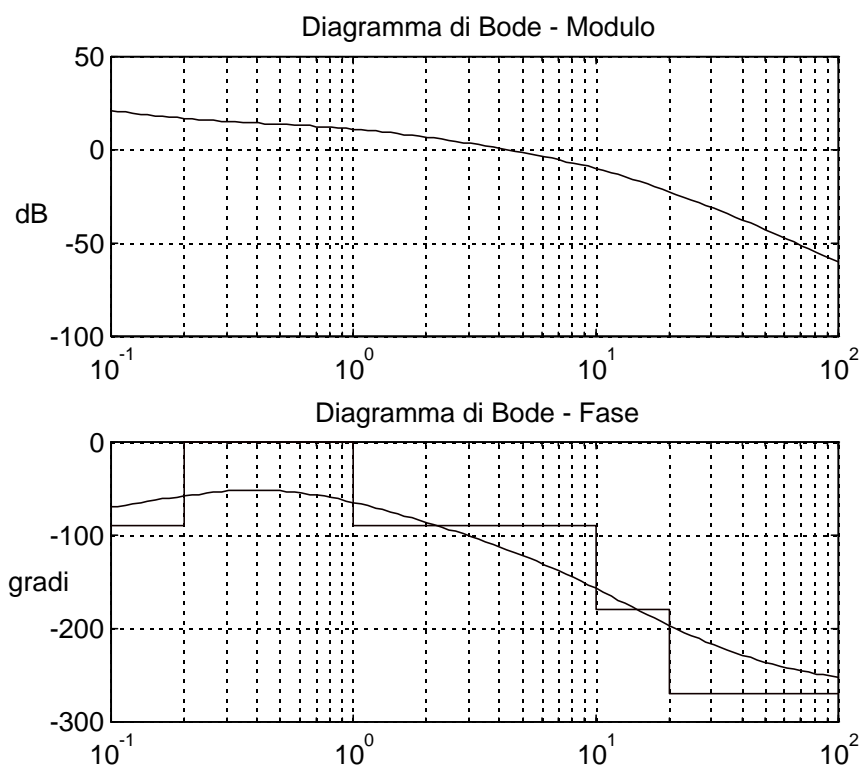


Fig. 2

dove $R(s) = 1$ e $G(s)$ è una funzione di trasferimento con guadagno positivo, priva di poli con parte reale positiva e la cui risposta in frequenza è rappresentata dai diagrammi di Bode di Fig. 2.

- 1) Valutare, anche in modo approssimato, la pulsazione critica ω_c , il margine di fase γ_m e il margine di guadagno k_m .
- 2) Mediante il criterio di Bode, verificare l'asintotica stabilità del sistema di Fig. 1.
- 3) Tracciare l'andamento qualitativo del diagramma di Bode del modulo associato alla funzione di trasferimento $F(s)$ tra l'ingresso w e l'uscita y .
- 4) Interpretare l'andamento del diagramma ricavato al punto precedente in termini di azione filtrante.
- 5) Dire se il sistema di Fig. 1 è asintoticamente stabile nei seguenti tre casi:
(a) $R(s) = 100$ (b) $R(s) = -100$ (c) $R(s) = e^{-0.1s}$

SOLUZIONE

1) Dai diagrammi, si ricavano approssimativamente

$$\omega_c \cong 4 \quad , \quad \angle_m \cong 60^\circ \quad , \quad k_m \cong 16dB \cong 6$$

2) Le condizioni di applicabilità del criterio sono verificate. Il guadagno d'anello è positivo per ipotesi e il margine di fase risulta positivo. Pertanto il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile.

3) Qualitativamente, il diagramma di $|F(j\omega)|$ coincide con l'asse a 0 dB fino alla pulsazione critica $\omega_c = 4$, e da lì in poi scende come quello di $|G(j\omega)|$.

4) Dall'andamento ricavato si deduce che $F(s)$ si comporta come un filtro passa-basso con guadagno circa unitario e con banda passante $B \cong [0, 4]$.

5) Nel caso (a) il diagramma del modulo trasla verso l'alto di 40 dB, provocando un aumento della pulsazione critica ω_c e, in corrispondenza di essa, un margine di fase negativo. Il sistema è quindi instabile. D'altra parte, il valore 100 eccede di parecchio il margine di guadagno k_m .

Nel caso (b) il guadagno d'anello è negativo, violando così una delle condizioni necessarie del criterio di Bode. Il sistema è perciò instabile.

Nel caso (c) la pulsazione critica rimane invariata e il margine di fase diminuisce di una quantità pari a $0.1\omega_c$ radianti, cioè circa 23° . Tale diminuzione non è però tale da rendere instabile il sistema.