

ESERCIZIO

Con riferimento al sistema retroazionato di Fig. 1, si sappia che $G(s)$ è asintoticamente stabile e che il diagramma polare ad essa associato è quello mostrato in Fig. 2.

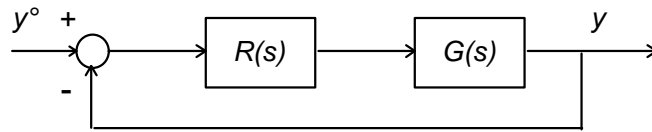


Fig. 1

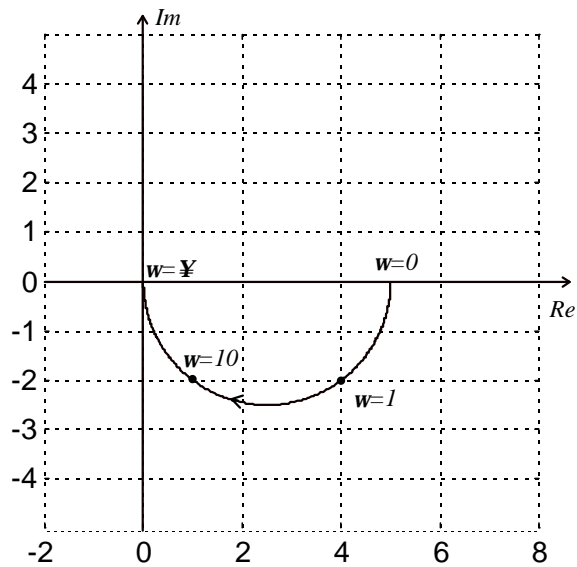


Fig. 2

1) Si discuta la stabilità del sistema di Fig. 1 nei seguenti casi:

- | | | |
|-------------------|---------------------|----------------------|
| (a) $R(s) = 1$ | (b) $R(s) = -1$ | (c) $R(s) = 0.1$ |
| (d) $R(s) = -0.1$ | (e) $R(s) = e^{-s}$ | (f) $R(s) = -e^{-s}$ |

2) Valutare il margine di fase del sistema di Fig. 1 quando $R(s) = 1$.

3) Ancora con $R(s) = 1$, determinare il valore a transitorio esaurito di $y(t)$ quando $y^o(t) = \text{sca}(t)$.

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO

1) Si utilizzi il criterio di Nyquist osservando che, poiché $G(s)$ è asintoticamente stabile, la condizione del criterio si riduce a richiedere che il diagramma di Nyquist (ottenuto dal diagramma polare di $L(s) = R(s)G(s)$ completato con il suo simmetrico) non faccia giri intorno al punto -1. In realtà, nei casi in cui $R(s) = m$ è costante, si può anche imporre che sia nullo il numero di giri del diagramma associato a $G(s)$ intorno a $-1/m$

Pertanto, nei primi quattro casi risulta:

- (a) nessun giro intorno a -1 \Rightarrow asintotica stabilità
- (b) 1 giro orario intorno a 1 \Rightarrow instabilità
- (c) nessun giro intorno a -10 \Rightarrow asintotica stabilità
- (d) nessun giro intorno a 10 \Rightarrow asintotica stabilità

Negli altri due casi occorre considerare che la presenza di un ritardo $t = 1$ modifica la fase della funzione d'anello a parità di modulo, deformando così il diagramma di Nyquist. Tale variazione di fase è inoltre proporzionale al valore della pulsazione ω . In particolare nel caso (e) il punto corrispondente a $\omega = 10$ mostrato nella Fig. 2 del testo subisce una rotazione oraria di 10 radianti. Ancora maggiore sarà allora la rotazione subita dal punto sul diagramma a distanza unitaria dall'origine. Il diagramma di Nyquist risultante circonda quindi il punto -1 e il sistema è instabile.

Infine nel caso (f) si può ragionare come in (b), prendendo come riferimento il punto 1. Poiché la deformazione dovuta al ritardo non può in ogni caso evitare che il diagramma di Nyquist circonda tale punto, si conclude anche qui che il sistema è instabile.

2) Dalla Fig. 2 del testo si vede che l'intersezione del diagramma polare associato a $G(s)$ con la circonferenza unitaria cade nel quadrante in basso a destra. Si deduce che il margine di fase è certamente maggiore di 90° e dalla figura si legge che è circa uguale a 100° .

3) Poiché la funzione di trasferimento tra y° ed y è data da $G(s)/(1 + G(s))$, e poiché il guadagno $m_G = G(0)$ è uguale a 5 (si veda il punto corrispondente a $\omega = 0$ nella Fig. 2 del testo) si ricava che $y(\infty) = m_G / (1 + m_G) = 5/6$.