

## ESERCIZIO

Si consideri il sistema retroazionato di Fig. 1.

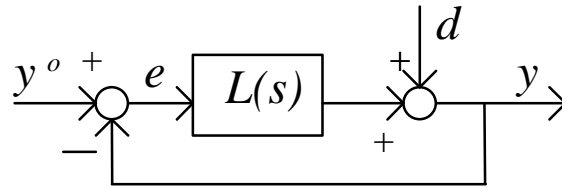


Fig. 1

1) Calcolare il margine di guadagno del sistema di Fig. 1 quando

$$L(s) = \frac{1}{(1+s)^4}$$

2) Si consideri ancora il sistema del punto precedente. Dopo averne verificato l'asintotica stabilità, si calcoli il valore di  $y(t)$  a transitorio esaurito quando  $y^o(t) = 2\text{sca}(t)$  e  $d(t) = \text{sca}(t)$ .

## SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO

1) Risulta

$$\arg L(j\omega) = -4 \arctan \omega \quad , \quad |L(j\omega)| = \frac{1}{(1 + \omega^2)^2}$$

Pertanto, la pulsazione  $\omega_p$  per cui la fase vale  $-180^\circ$  è  $\omega_p = \tan 45^\circ = 1$ , e il margine di guadagno  $k_m$  vale

$$k_m = |L(j\omega_p)|^{-1} = (1 + \omega_p^2)^2 = 4$$

2) Per verificare l'asintotica stabilità si può impiegare il criterio di Nyquist. Si osservi che, essendo il modulo di  $L(j\omega)$  sempre minore di 1, il relativo diagramma di Nyquist si svolge completamente all'interno della circonferenza unitaria, senza perciò circondare il punto -1. Inoltre  $L(s)$  non ha poli con parte reale positiva. Quindi la condizione del criterio di Nyquist è soddisfatta.

Calcolando separatamente i due contributi al valore di  $y$  a transitorio esaurito si ha:

$$y_{y^o}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{L(s)}{1 + L(s)} \frac{2}{s} = 1$$

$$y_d(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + L(s)} \frac{1}{s} = 0.5$$

e quindi, sovrapponendo gli effetti,

$$y(\infty) = y_{y^o}(\infty) + y_d(\infty) = 1.5$$