

ESERCIZIO

Si consideri il seguente sistema lineare a tempo discreto:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= Fx_k + gu_k \\ y_k &= hx_k\end{aligned}\quad F = \begin{bmatrix} 0.1 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 8 \\ 11 \end{bmatrix} \quad h = [1.5 \quad -1]$$

- 1) Calcolare l'uscita di equilibrio corrispondente al generico valore \bar{u} dell'ingresso.
- 2) Calcolare la funzione di trasferimento del sistema.
- 3) Valutare la stabilità del sistema.

SOLUZIONE

1) Lo stato di equilibrio si ottiene risolvendo il sistema di equazioni

$$(I - F)x = g\bar{u}$$

ovvero

$$0.9x_1 - x_2 = 8\bar{u}$$

$$1.1x_2 = 11\bar{u}$$

Da tale sistema si ricava la soluzione

$$\bar{x}_1 = 20\bar{u} \quad , \quad \bar{x}_2 = 10\bar{u}$$

e quindi l'uscita di equilibrio è

$$\bar{y} = h\bar{x} = 1.5\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 20\bar{u}$$

2) Utilizzando la formula per il calcolo della funzione di trasferimento, si ottiene

$$W(z) = h(zI - F)^{-1}g = \frac{z + 18.8}{(z - 0.1)(z + 0.1)}$$

3) Si può giudicare la stabilità osservando i poli della funzione di trasferimento: $z_1 = 0.1$, $z_2 = -0.1$.

Poiché essi hanno entrambi modulo minore di 1, il sistema è asintoticamente stabile.