

ESERCIZIO

Si considerino due sistemi a tempo discreto descritti dalle rispettive funzioni di trasferimento:

$$W_1(z) = \frac{1}{z - 0.1} \qquad W_2(z) = \frac{6}{z}$$

- 1) Spiegare cosa si intende quando si dice che i due sistemi sono collegati in parallelo.
- 2) Calcolare poli, zeri e guadagno della funzione di trasferimento che si ottiene collegando W_1 e W_2 in parallelo.
- 3) Separatamente per ciascuno dei due sistemi ricavare il legame nel dominio del tempo tra ingresso e uscita.
- 4) Ricavare il legame nel dominio del tempo tra ingresso e uscita per il sistema che si ottiene collegando W_1 e W_2 in parallelo.
- 5) Considerando ancora il parallelo di W_1 e W_2 , si mostri che l'effetto dell'applicazione di un qualunque ingresso al tempo $k = 0$ ha effetti sull'uscita solo dall'istante $k = 1$ in avanti.

SOLUZIONE

1) I due sistemi sono in parallelo quando sono disposti come in Fig. 1

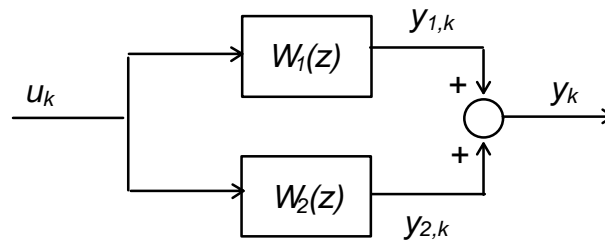


Fig. 1

2) La funzione di trasferimento complessiva è

$$W(z) = W_1(z) + W_2(z) = \frac{7z - 0.6}{z(z - 0.1)}$$

I poli valgono 0 e 0.1, lo zero vale $0.6/7 \cong 0.086$, e il guadagno è $m = W(1) = 6.4/0.9 \cong 7.11$.

3) Interpretando z^{-1} come l'operatore di ritardo unitario, si ricava da $W_1(z)$ e $W_2(z)$ rispettivamente

$$y_{1,k} = 0.1y_{1,k-1} + u_{k-1} \quad , \quad y_{2,k} = 6u_{k-1}$$

avendo indicato con $y_{i,k}$ l'uscita dell' i -esimo sottosistema, $i = 1, 2$.

4) Dall'espressione di $W(z)$, oppure combinando le relazioni precedenti, si ottiene

$$y_k = 0.1y_{k-1} + 7u_{k-1} - 0.6u_{k-2}$$

dove questa volta y_k rappresenta l'uscita del sistema complessivo.

5) Osservando l'equazione alle differenze ricavata al punto 4, è evidente che l'ingresso u non produce un effetto istantaneo sull'uscita, ma influenza y solo con un passo di ritardo. Ciò è legato alla circostanza che la differenza tra i gradi del denominatore e del numeratore di $W(z)$ è pari a 1.