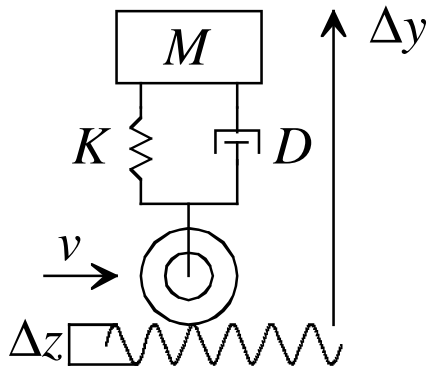


ESERCIZIO



In figura è schematizzato, in modo molto approssimato, il sistema di sospensioni di un'automobile, dove $M = 800 \text{ Kg}$, $K = 3.2 \times 10^6 \text{ N/m}$, $D = 2 \times 10^4 \text{ Ns/m}$.

L'automobile si muove con velocità v su un terreno accidentato, descrivibile *mediamente* come una successione *sinusoidale* di dossi di altezza A , distanziati di circa 1 m.

Si determini la velocità v per cui l'ampiezza delle oscillazioni verticali dell'automobile è *massima*.

Le oscillazioni verticali Δy sono legate alle variazioni di quota del terreno Δz dalla seguente relazione:

$$M \frac{d^2(\Delta y)}{dt^2} = K(\Delta z - \Delta y) + D \left[\frac{d(\Delta z)}{dt} - \frac{d(\Delta y)}{dt} \right]$$

(Suggerimento: la successione sinusoidale di dossi *nello spazio* determina una variazione sinusoidale *nel tempo* della quota Δz)

SOLUZIONE

Il movimento a velocità v dell'automobile determina una variazione sinusoidale della quota del terreno sotto la ruota pari a:

$$z(t) = \Delta z \sin \omega t = \Delta z \sin \frac{2\pi}{T} t$$

dove T è il periodo fra due picchi, che può essere calcolato in funzione della distanza Δx fra i dossi e della velocità v :

$$T = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi v}{\Delta x}$$

La velocità v_r per cui l'ampiezza delle oscillazioni verticali dell'automobile è massima corrisponde alla velocità che determina la pulsazione di risonanza del sistema meccanico:

$$v_r = \frac{\Delta x \omega_r}{2\pi} = \frac{\Delta x \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}}{2\pi}$$

Il problema si riconduce quindi alla determinazione della pulsazione naturale e dello smorzamento del sistema:

$$Ms^2 Y(s) = KZ(s) - KY(s) + DsZ(s) - DsY(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)} = \frac{Ds + K}{Ms^2 + Ds + K} = \frac{1}{M} \frac{Ds + K}{s^2 + \frac{D}{M}s + \frac{K}{M}}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} = \sqrt{\frac{3.2 \times 10^6}{800}} = 61.2 \text{ rad/s} \quad \xi = \frac{D}{2\sqrt{MK}} = \frac{2 \times 10^4}{2\sqrt{3.2 \times 10^6 \cdot 800}} \approx 0.2$$

$$v_r = \frac{1 \cdot 61.2 \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot (0.2)^2}}{2\pi} = 9.3 \text{ m/s} \approx 33.5 \text{ Km/h}$$