

## ESERCIZIO

Si consideri il sistema rappresentato dallo schema a blocchi di Fig. 1.

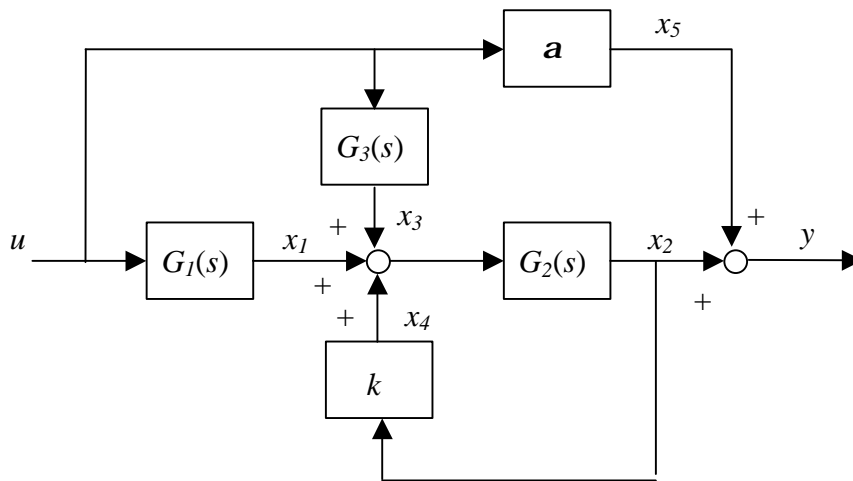


Fig. 1

dove

$$G_1(s) = \frac{1}{1+s} \quad , \quad G_2(s) = \frac{1}{s} \quad , \quad G_3(s) = \frac{1}{s}$$

Ponendo  $\alpha=0$ , si risolvano i seguenti quesiti.

- 1) Si calcoli la funzione di trasferimento  $G(s)$  del sistema con ingresso  $u(t)$  e uscita  $y(t)$ .
- 2) Si determini una rappresentazione di  $G(s)$  in termini di variabili di stato.
- 3) Si valuti la stabilità del sistema di Fig. 1.
- 4) Si indichi l'ordine  $n$  del sistema di Fig. 1.

Ponendo ora  $\alpha \neq 0$ , si risolvano i seguenti quesiti.

- 5) Si calcoli la funzione di trasferimento  $H(s)$  del sistema con ingresso  $u(t)$  e uscita  $y(t)$ .
- 6) Spiegare brevemente se e come la stabilità del sistema dipenda da  $\alpha$ .
- 7) Si consideri l'ingresso  $u(t) = \bar{u} > 0$ . Si dica se il sistema di Fig. 1 ammette almeno una condizione di equilibrio.
- 8) Si consideri l'ingresso  $u(t) = \bar{u} = 0$ . Si dica se il sistema di Fig. 1 ammette almeno una condizione di equilibrio.

## SOLUZIONE

1) La funzione di trasferimento cercata è

$$G(s) = \left( G_1(s) + G_3(s) \right) \frac{G_2(s)}{1 - kG_2(s)} = -\frac{1}{k} \frac{1 + s(1 + t)}{s(1 + st)(1 - s/k)}$$

2) Una possibile rappresentazione di stato si ottiene utilizzando come variabili di stato le variabili  $x_i$  indicate sullo schema a blocchi. Direttamente dallo schema si ricava

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{t}x_1 + \frac{1}{t}u$$

$$\dot{x}_2 = x_1 + x_3 + kx_2$$

$$\dot{x}_3 = u$$

$$y = x_2$$

e cioè il sistema

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

$$\text{con } A = \begin{bmatrix} -1/t & 0 & 0 \\ 1 & k & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1/t \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad 1 \quad 0]$$

3) Poiché la funzione di trasferimento contiene un polo nell'origine, il sistema non è asintoticamente stabile.

4) L'ordine è pari al numero di variabili di stato, cioè  $n = 3$ .

5) La funzione di trasferimento cercata è  $H(s) = G(s) + a$ .

6) Poiché i poli di  $H(s)$  non dipendono da  $\alpha$ , il valore di  $\alpha$  non ha influenza sulla stabilità.

7) Il sistema non ammette una condizione di equilibrio con  $\bar{u} > 0$ , perchè la variabile di stato  $x_3$  non può essere costante, visto che è l'integrale di  $u$ .

8) Quando  $\bar{u} = 0$ , vi sono infiniti stati di equilibrio, caratterizzati da

$$\bar{x}_1 = 0$$

$$\bar{x}_3 = \text{qualsiasi}$$

$$\bar{x}_2 = -\bar{x}_3/k$$

$$\bar{y} = \bar{x}_2$$