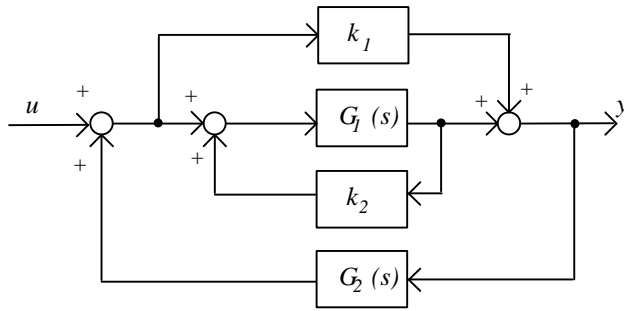


ESERCIZIO

Si consideri il sistema rappresentato dallo schema a blocchi di Fig. 1.



$$G_1(s) = \frac{1}{s};$$

$$G_2(s) = \frac{1}{s};$$

Fig. 1

- 1) Si calcoli la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema con ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$.
- 2) Usando come variabili di stato le uscite dei blocchi $G_1(s)$ e $G_2(s)$ si determini una rappresentazione di $G(s)$ in termini di variabili di stato.
- 3) Spiegare se e come la stabilità del sistema dipenda da k_1 e k_2 .
- 4) Si determini il valore di equilibrio di $y(t)$ quando $u(t) = \bar{u} = 5$.

SOLUZIONE

1) Mediante le regole di elaborazione degli schemi a blocchi si ricava

$$G(s) = \frac{k_1 + \frac{G_1(s)}{1 - k_2 G_1(s)}}{1 - G_2(s) \left(k_1 + \frac{G_1(s)}{1 - k_2 G_1(s)} \right)} = \frac{s(1 - k_1 k_2 + k_1 s)}{s^2 - (k_1 + k_2)s + k_1 k_2 - 1}$$

2) Indicando con x_1 e x_2 le uscite dei blocchi $G_1(s)$ e $G_2(s)$ si ricava

$$\dot{x}_1(t) = k_2 x_1(t) + x_2(t) + u(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t) + k_1 x_2(t) + k_1 u(t)$$

$$y(t) = x_1(t) + k_1 x_2(t) + k_1 u(t)$$

ovvero

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t)$$

$$y(t) = cx(t) + du(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} k_2 & 1 \\ 1 & k_1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ k_1 \end{bmatrix}, \quad c = [1 \quad k_1], \quad d = k_1$$

3) Osservando il denominatore di $G(s)$, calcolato al punto 1, si deduce che il sistema è asintoticamente stabile per

$$\begin{cases} k_1 + k_2 < 0 \\ k_1 k_2 > 1 \end{cases}$$

4) Poiché $G(s)$ possiede uno zero nell'origine, per qualunque valore costante dell'ingresso u l'uscita di equilibrio vale $\bar{y} = 0$.