

ESERCIZIO

Si consideri il sistema non lineare descritto dalle equazioni:

$$\dot{x}_1 = -x_1x_2 + ux_1$$

$$\dot{x}_2 = -ux_2^2 + 4x_1x_2$$

$$y = 5x_1 - x_2$$

- 1) Verificare che in corrispondenza di $u(t)=2$ il sistema possiede due diversi stati di equilibrio.
- 2) Considerando lo stato di equilibrio per cui l'uscita vale $y(t)=3$, determinare le equazioni del modello linearizzato.

SOLUZIONE

1) Imponendo l'annullarsi delle derivate si ottiene il sistema di equazioni

$$\begin{aligned}0 &= x_1(2 - x_2) \\ 0 &= x_2(4x_1 - x_2)\end{aligned}$$

che possiede le due soluzioni $x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, cui corrispondono le uscite di equilibrio $y=0$ e $y=3$, rispettivamente.

2) Il modello linearizzato rispetto al secondo stato di equilibrio è

$$\begin{aligned}\mathbf{\dot{x}} &= f_x \mathbf{dx} + f_u du \\ \mathbf{dy} &= g_x \mathbf{dx}\end{aligned}\quad \text{con} \quad f_x = \begin{bmatrix} -x_2 + u & -x_1 \\ 4x_2 & -2ux_2 + 4x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 8 & -4 \end{bmatrix}$$
$$f_u = \begin{bmatrix} x_1 \\ -x_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix} \quad g_x = \begin{bmatrix} 5 & -1 \end{bmatrix}$$