

ESERCIZIO

Si debba progettare un controllore per il sistema descritto in Fig. 1, dove $G(s) = \frac{e^{-s}}{s}$ e i tempi sono espressi in secondi.

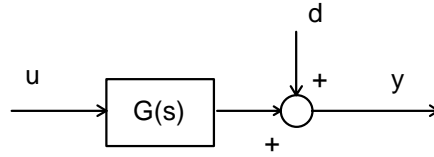


Fig. 1

1) Progettare un controllore PI in modo che risulti:

- (a) $e(\infty) = 0$ in corrispondenza di $d(t) = \text{ram}(t)$
- (b) $j_m \geq 40^\circ$
- (c) $w_c \geq 0.2 \text{ rad} / s$

2) Determinare i parametri del PI che si otterrebbero se si utilizzassero per la taratura del controllore le regole di Ziegler & Nichols in anello chiuso (si ricordi che la tabella corrispondente suggerisce di porre $K_p = 0.45 \bar{K}_p$ e $T_i = 0.8 \bar{T}$). Confrontare poi le prestazioni del sistema di controllo risultante con quelle ottenute mediante il progetto del punto 1.

SOLUZIONE

Il regolatore PI è descritto dall funzione di trasferimento

$$R(s) = K_i \frac{1 + sT_i}{s}$$

La specifica (a) è automaticamente soddisfatta se si utilizza l'azione integrale del PI. Avremo infatti una funzione d'anello di tipo $g = 2$, che garantisce errore a regime nullo con disturbo a rampa.

Si scelga allora $w_c = 0.3$, leggermente superiore al valore desiderato e si calcoli il contributo alla fase dei due integratori e del ritardo, cioè della funzione

$$L_1(s) = \frac{e^{-s}}{s^2}$$

Risulta

$$\arg L_1(jw_c) = -180^\circ - 0.3 \frac{180^\circ}{p} \cong -197^\circ$$

Pertanto, per avere un margine di fase superiore a 40° , lo zero del regolatore deve fornire un anticipo di fase alla pulsazione $w = 0.3$ di almeno 57° , per esempio 60° .

Imponiamo quindi

$$\arg(1 + jw_c T_i) = \arctan(0.3T_i) = 60^\circ$$

da cui

$$T_i = \frac{\tan(60^\circ)}{0.3} = \frac{\sqrt{3}}{0.3} \cong 6$$

Occorre infine tarare il guadagno K_i in modo che alla pulsazione $w = 0.3$ il modulo della funzione d'anello sia unitario. Perciò

$$|L(j0.3)| = \frac{K_i \sqrt{1 + 1.8^2}}{0.09} = 1$$

che fornisce come soluzione $K_i \cong 0.04$.

Un regolatore che soddisfa le specifiche è dunque

$$R(s) = 0.04 \frac{1 + 6s}{s}$$

2) Dai diagrammi di Bode di $G(s)$ (o dalla sua espressione analitica) si ricavano

$$w_p \cong 1.6, \quad k_m \cong 1.6$$

Pertanto l'esperimento di Ziegler & Nichols porterebbe a rilevare i valori

$$\bar{K}_p = k_m \cong 1.6, \quad \bar{T} = \frac{2p}{w_p} \cong 4$$

I parametri del PI sono dunque

$$K_p = 0.45\bar{K}_p = 0.7 \quad , \quad T_i = 0.8\bar{T} = 3.2 \quad , \quad K_i = \frac{K_p}{T_i} \cong 0.22$$

ovvero

$$R(s) = 0.22 \frac{1 + 3.2s}{s}$$

Dai diagrammi di Bode della corrispondente funzione d'anello si ottiene

$$\omega_c \cong 0.75 \quad , \quad \mathbf{j}_m \cong 24^\circ$$

Il sistema di controllo risulterebbe quindi un po' più veloce, ma anche meno smorzato, rispetto a quello progettato al punto 1.