

MATLAB - Esercizio 5 (Sezione 1)

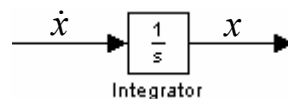
Si consideri il sistema non lineare del primo ordine a tempo continuo descritto dalle equazioni

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -x(t)^3 + u(t) \\ y(t) &= 2x(t)\end{aligned}$$

1. Costruire il modello Simulink del sistema.
2. Simulare la risposta del sistema ad uno scalino di ampiezza unitaria con condizioni iniziali nulle.
3. Tracciare in maniera approssimata un grafico del rapporto \bar{y}/\bar{u} degli stati di equilibrio per il range di ingressi $0 \leq \bar{u} \leq 10$. Sulla base dei risultati ottenuti dire se è possibile parlare di guadagno statico del sistema.
4. Costruire il modello linearizzato nell'intorno dell'equilibrio ottenuto per $\bar{u} = 8$
5. Confrontare le uscite del modello non lineare e del modello linearizzato quando $\delta u(t) = \text{sca}(t)$ e $\delta x(0) = 0$ (ovvero quando $u(t) = 8 + \text{sca}(t)$ e $x(0) = 2$).

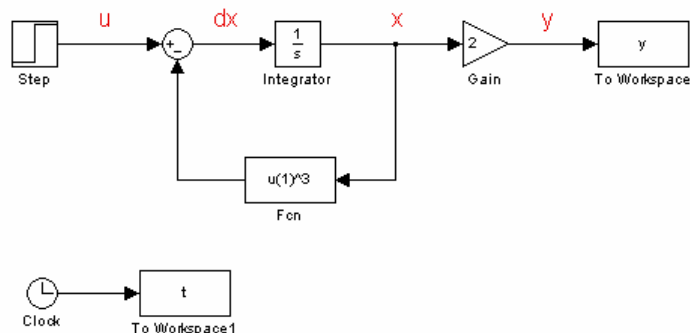
Soluzione

1. Il blocco fondamentale per la costruzione di un sistema non lineare è l'integratore (Simulink\Continuous\Integrator), che restituisce in uscita l'integrale della variabile di ingresso

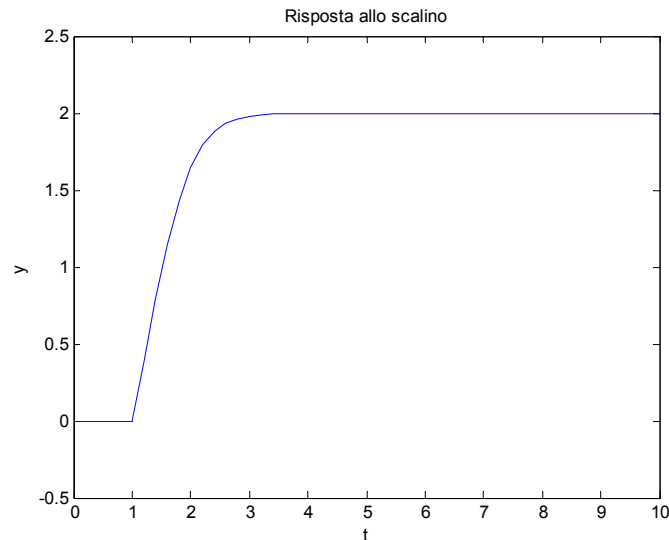


Lo schema Simulink risulta quindi composto dai seguenti blocchi

- Simulink\Continuous\Integrator
- Simulink\Sources\Step
- Simulink\Sources\Clock
- Simulink\Sinks\To Workspace
- Simulink\Sinks\Scope
- Simulink\Math Operation\Sum
- Simulink\Math Operation\Gain
- Simulink\User-Defined Function\Fcn



2. Viene simulata la risposta a scalino del sistema con condizioni iniziali nulle (lo scalino viene applicato al tempo $t = 1$)



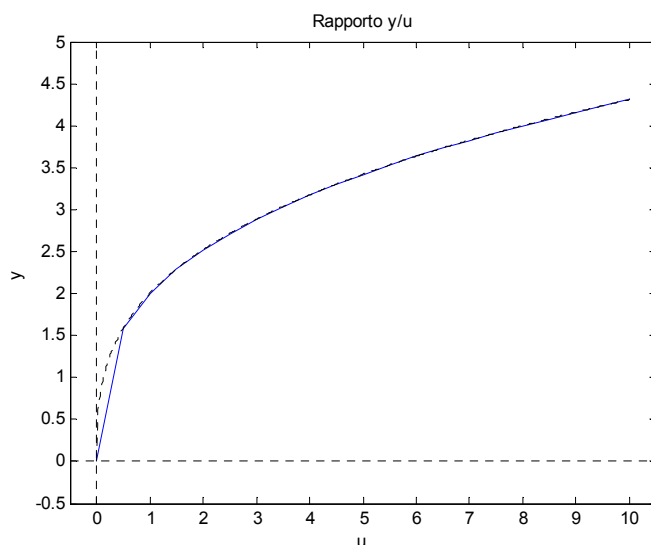
3. Per il tracciamento approssimato del rapporto \bar{y}/\bar{u} è necessario esprimere in forma parametrica rispetto a \bar{u} lo stato di equilibrio.

Lo stato di equilibrio corrispondente al generico ingresso \bar{u} risulta

$$\begin{cases} 0 = -\bar{x}^3 + \bar{u} \\ \bar{y} = 2\bar{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{x} = \sqrt[3]{\bar{u}} \\ \bar{y} = 2\bar{x} = 2\sqrt[3]{\bar{u}} \end{cases}$$

Il grafico può essere tracciato con le seguenti istruzioni

```
» % Definizione di un vettore degli ingressi spaziati di 0.5
» ubar = 0:0.5:10;
» % Calcolo della dimensione di ubar
» N = length(ubar);
» % Ciclo per il calcolo dei valori di equilibrio
» for k=1:N, ybar(k) = 2*ubar(k)^(1/3); end
» plot(ubar,ybar)
» title('Rapporto y/u')
» xlabel('u')
» ylabel('y')
```



Il grafico del rapporto \bar{y}/\bar{u} è riportato insieme al grafico della funzione $\bar{y} = 2\sqrt[3]{\bar{u}}$.

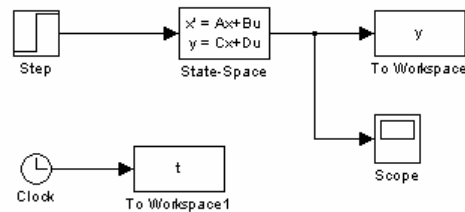
Non è possibile definire un guadagno statico del sistema perché il rapporto \bar{y}/\bar{u} non è costante al variare dell'ingresso \bar{u} (poiché il sistema è non lineare)

4. Il modello del sistema linearizzato nell'intorno dell'equilibrio associato all'ingresso $\bar{u} = 8$ è il seguente

$$\delta\dot{x} = -12\delta x + \delta u$$

$$\delta y = 2\delta x$$

Il modello può essere rappresentato in Matlab attraverso la funzione `ss`, oppure in Simulink attraverso il blocco `Simulink\Continuous\State-Space`



5. Per confrontare il comportamento del sistema non lineare e quello del sistema linearizzato si utilizza il seguente modello Simulink

