1. Si consideri il seguente sistema non lineare

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \frac{-x(t)-u(t)}{x(t)} \\ y(t) = x(t) \end{cases}$$

1.1) Calcolare lo stato di equilibrio $\bar{x}$ associato all'ingresso costante $u(t) = \bar{u} = -2$, $\forall t \geq 0$.

1.2) Valutare la stabilità del punto di equilibrio calcolato in precedenza.

1.3) Linearizzare il sistema attorno al punto di equilibrio ricavato.

1.4) Ricavare l'espressione della funzione di trasferimento dall'ingresso all'uscita del sistema linearizzato determinato nel punto precedente. Calcolare, poi, il segnale di uscita del sistema linearizzato, a regime, se il suo ingresso fosse pari a $\frac{1}{10} sca(t)$.

2. Si consideri il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_1(t) + \alpha \cdot x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = \alpha \cdot x_1(t) - 10x_2(t) \\ y(t) = x_1(t) - x_2(t) \end{cases}$$

2.1) Dire, giustificando la risposta, per quali valori di α il sistema è asintoticamente stabile.

2.2) Per $\alpha = 0$, ricavare la funzione di trasferimento del sistema con ingresso $u(t)$ ed uscita $y(t)$.

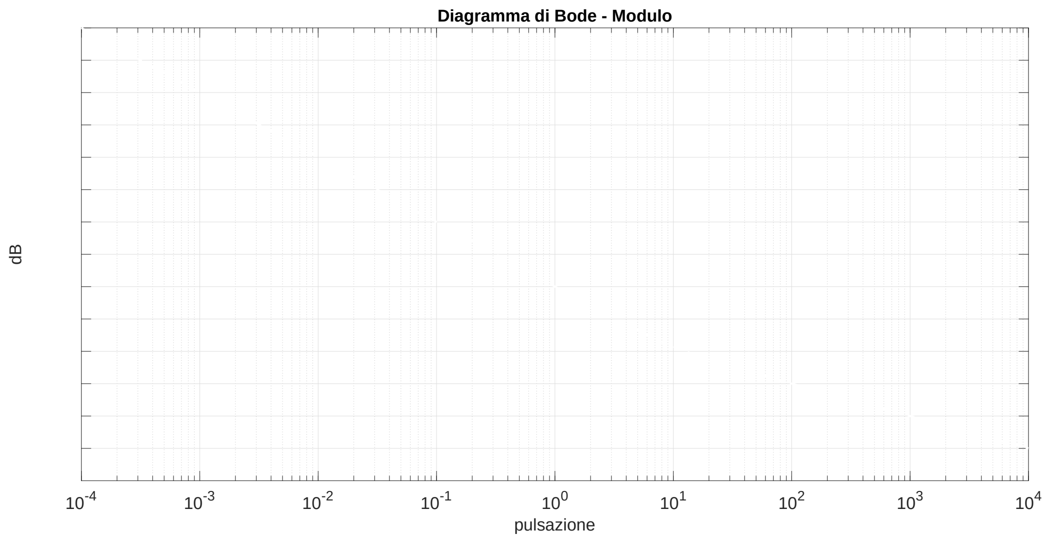
2.3) Per $\alpha = 0$, ricavare l'espressione analitica dell'uscita $y(t)$ del sistema per $u(t) = sca(t)$ date le condizioni iniziali dello stato $x_1(0) = 2$ e $x_2(0) = 0$.

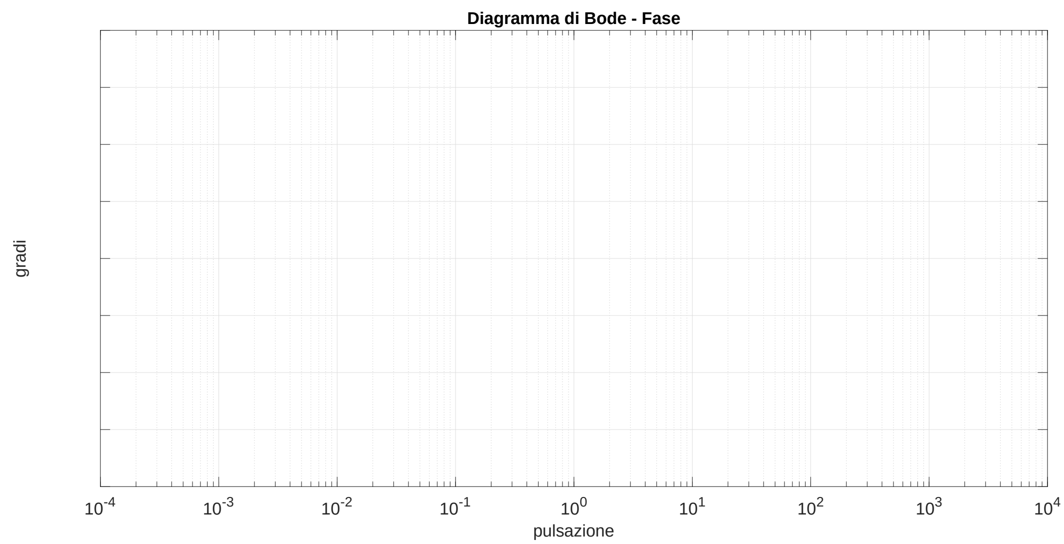
2.4) Fornire una rappresentazione grafica dell'uscita $y(t)$ determinata al punto precedente. In particolare indicare: il valore che assume $y(t)$ per $t = 0$ e a transitorio esaurito, il valore che assume la derivata nell'origine e il tempo di assestamento.

3. Si consideri la seguente funzione di trasferimento:

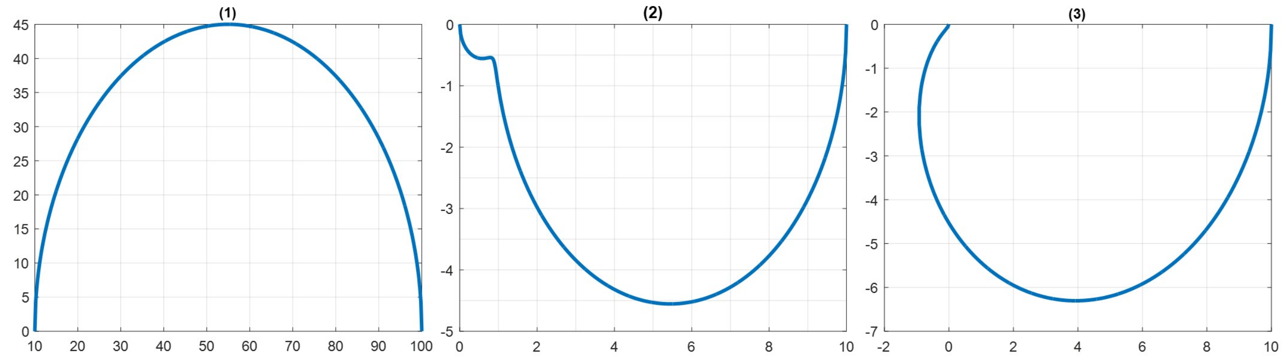
$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = 10\frac{(1+10s)}{(1+s)(1+100s)}$$

3.1) Tracciare i diagrammi asintotici ed esatti del modulo e della fase della risposta in frequenza associata a $F(s)$.

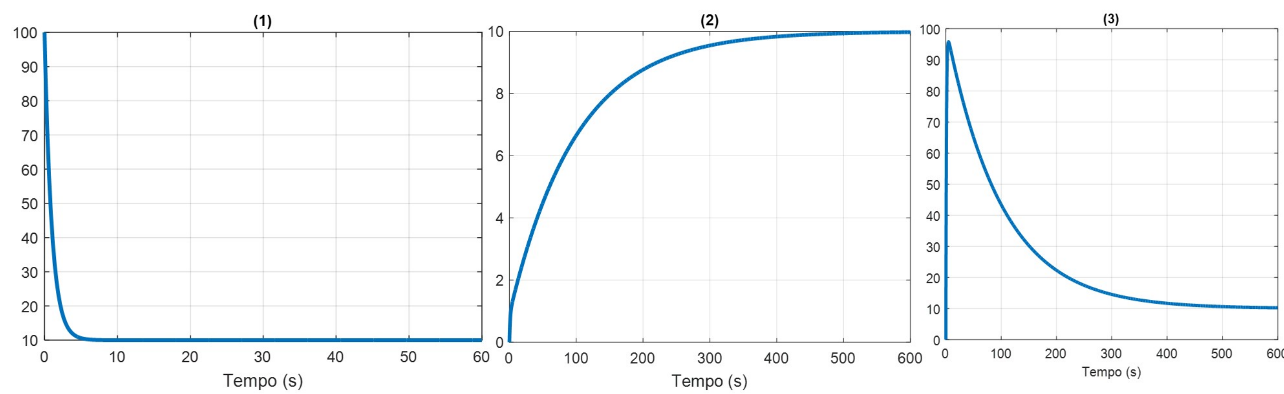




3.2) Scegliere il diagramma polare corretto fra i seguenti. Giustificare la risposta.

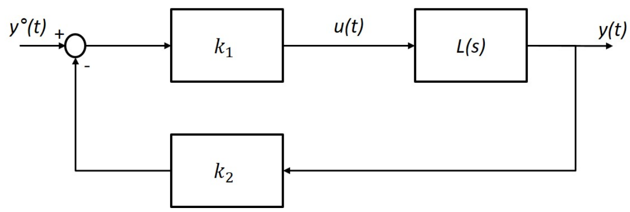


3.3) Scegliere la risposta allo scalino di ampiezza unitaria corretta fra le seguenti. Giustificare la risposta.

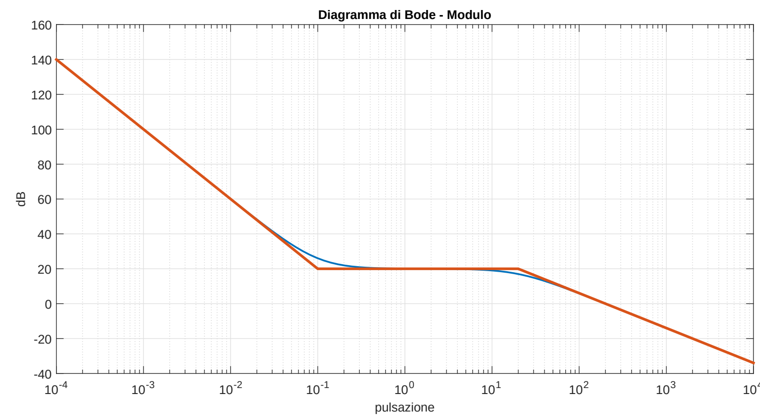


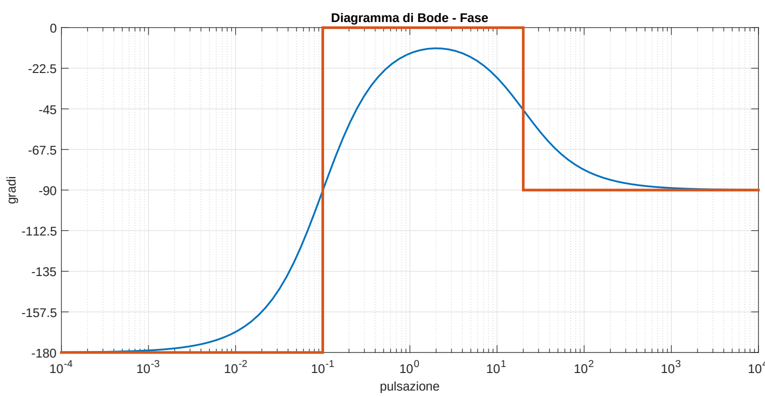
3.4) Determinare l'espressione analitica della risposta del sistema all'impulso.

4. Si consideri il seguente sistema retroazionato,



con il seguente diagramma di Bode della funzione di trasferimento $L(s)$:





4.1) Identificare l'espressione della funzione di trasferimento $L(s)$ a partire dal diagramma di Bode assegnato.

4.2) Per $k_1 = k_2 = 1$, valutare la stabilità del sistema retroazionato a partire dal diagramma di Bode della risposta in frequenza in anello aperto.

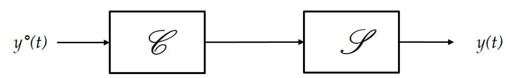
4.3) Per $k_1 = k_2 = 1$, stimare l'espressione approssimata della funzione di trasferimento da $y^\circ(t)$ a $y(t)$ a partire dal diagramma di Bode della risposta in frequenza in anello aperto.

4.4) Per $k_1 = k_2 = 1$, valutare l'andamento dell'uscita $y(t)$ quando si applica il segnale $y^\circ(t) = sca(t)$: fornire una rappresentazione qualitativa della risposta.

4.5) Per $k_1 = 1$ e $k_2 = 0,01$, quanto vale a transitorio esaurito l'uscita $y(t)$ se $y^\circ(t) = sca(t)$?

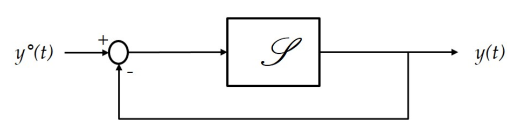
5. Rispondere alle seguenti domande.

5.1) Dire se è possibile stabilizzare un sistema lineare instabile $\mathscr{S}$ disponendo in cascata ad esso un altro sistema lineare $\mathscr{C}$ come indicato nella seguente figura:



In caso affermativo indicare come si può procedere al progetto di $\mathscr{C}$.

5.2) Con riferimento al sistema lineare retroazionato di figura



dire quale fra le seguenti è una affermazione vera e quale falsa. Giustificare le risposte.

1. Fra i poli del sistema retroazionato vi sono i poli di $\mathscr{S}$:
   ☐ VERO
   ☐ FALSO

2. Fra gli zeri del sistema retroazionato vi sono gli zeri di $\mathscr{S}$:
   ☐ VERO
   ☐ FALSO