

1. Si consideri il seguente sistema non lineare

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \sqrt{x_1(t)} + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_1(t) + 2x_2(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases}$$

1.1) Calcolare gli stati e le uscite di equilibrio per l'ingresso costante $u(t) = \bar{u} \forall t \geq 0$.

1.2) Per $\bar{u} = 1$, specificare il valore degli stati all'equilibrio e valutarne la stabilità.

2. Si consideri il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\alpha \cdot x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = \beta \cdot x_1(t) + u(t) \\ y(t) = x_2(t) \end{cases}$$

2.1) Dire, giustificando la risposta, per quali valori di α e di β il sistema è asintoticamente stabile.

2.2) Per $\alpha = 1$ e $\beta = 0$, ricavare l'espressione del movimento libero dello stato del sistema con condizioni iniziali degli stati pari a $x_1(0) = 1$ e $x_2(0) = 0$.

2.3) Per $\alpha = 1$ e $\beta = 0$, ricavare l'espressione del movimento forzato dell'uscita del sistema con ingresso $u(t) = \text{imp}(t)$ e condizioni iniziali degli stati pari a $x_1(0) = x_2(0) = 0$.

2.4) Per $\alpha = 1$ e $\beta = -1$, ricavare la funzione di trasferimento del sistema con ingresso $u(t)$ ed uscita $y(t)$.

2.5) Calcolare i poli della funzione di trasferimento ricavata nel punto precedente.

2.6) Rispondere *Vero* o *Falso* alle seguenti affermazioni, giustificando brevemente la risposta. La risposta allo scalino di ampiezza unitaria della funzione di trasferimento ricavata nei punti precedenti:

- presenta oscillazioni smorzate?

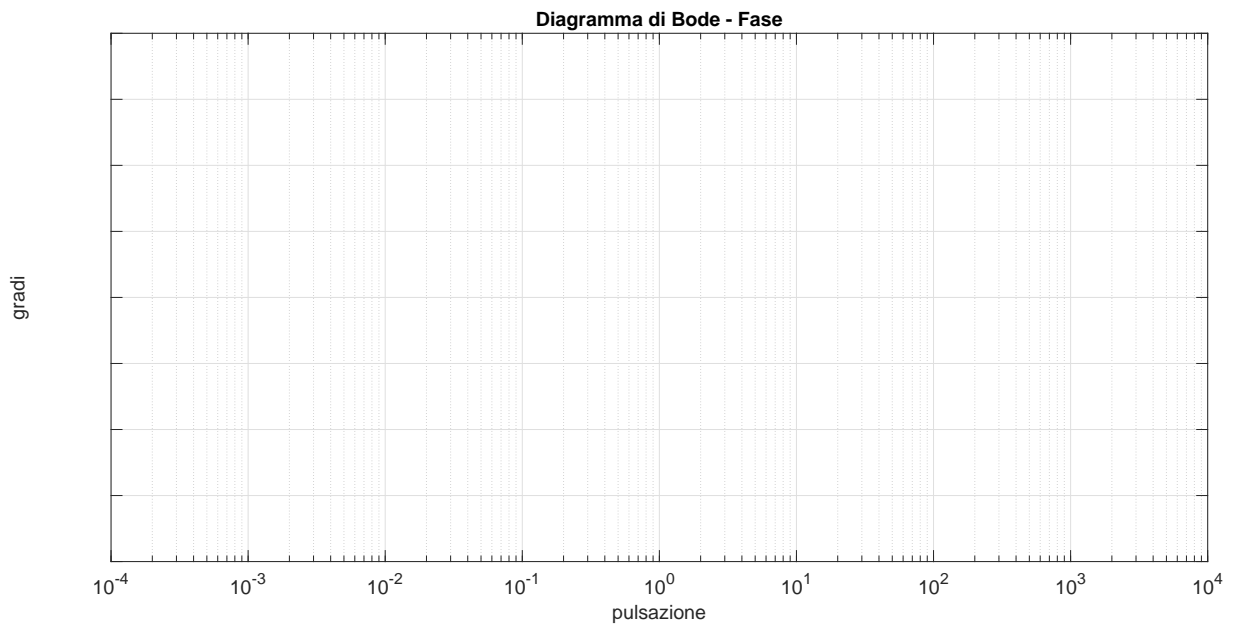
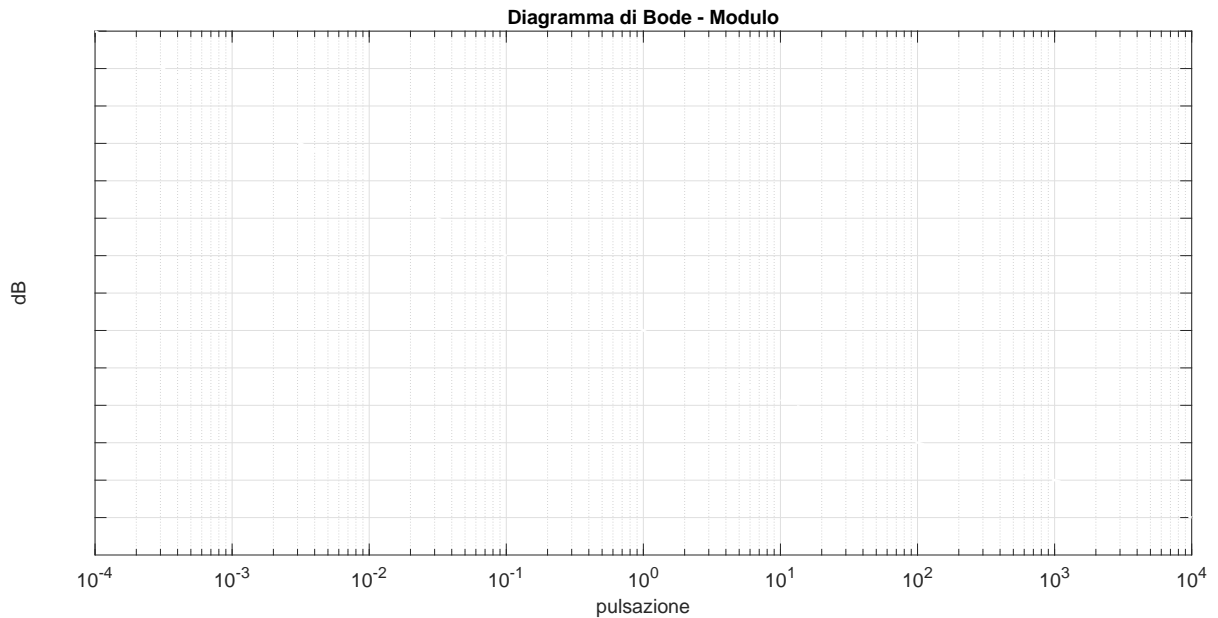
- l'ampiezza del segnale di uscita $y(t)$ a transitorio esaurito vale 2?

- il tempo di assestamento vale circa 50 secondi?

3. Si consideri la seguente funzione di trasferimento:

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{(1 + 10s)}{(1 + s)^2}$$

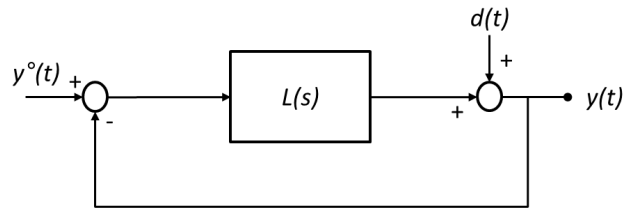
3.1) Tracciare i diagrammi asintotici ed esatti del modulo e della fase della risposta in frequenza associata a $F(s)$.



3.2) Disegnare il diagramma polare qualitativo associato a $F(s)$.

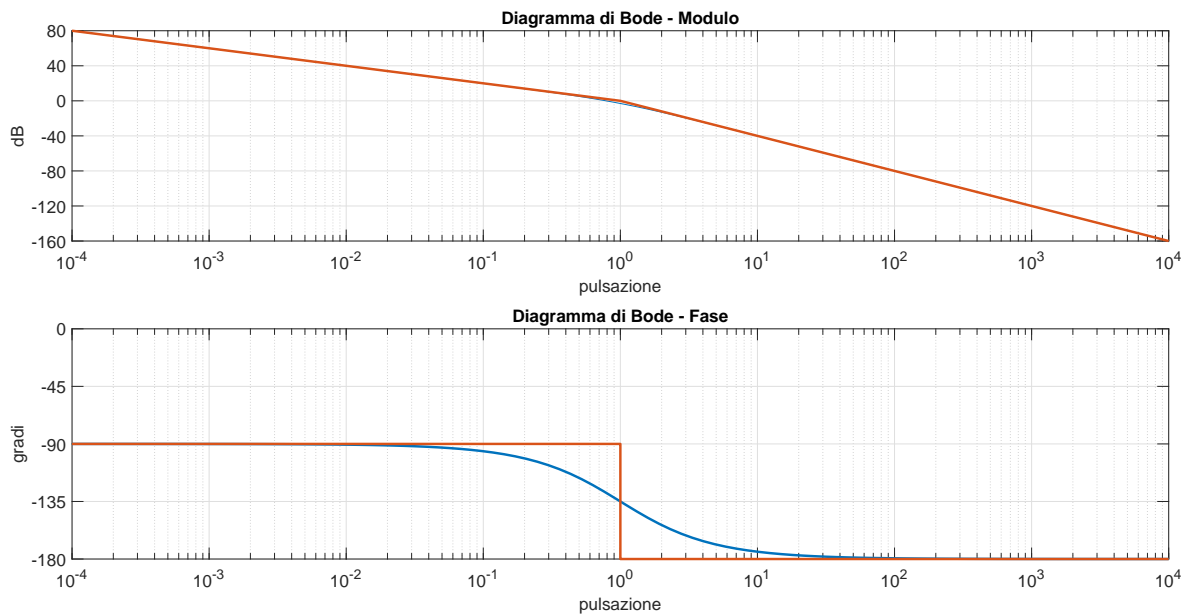
3.3) Ricavare l'espressione analitica della risposta alla scalino unitario del sistema descritto dalla funzione di trasferimento $F(s)$.

4. Si consideri il seguente sistema retroazionato,

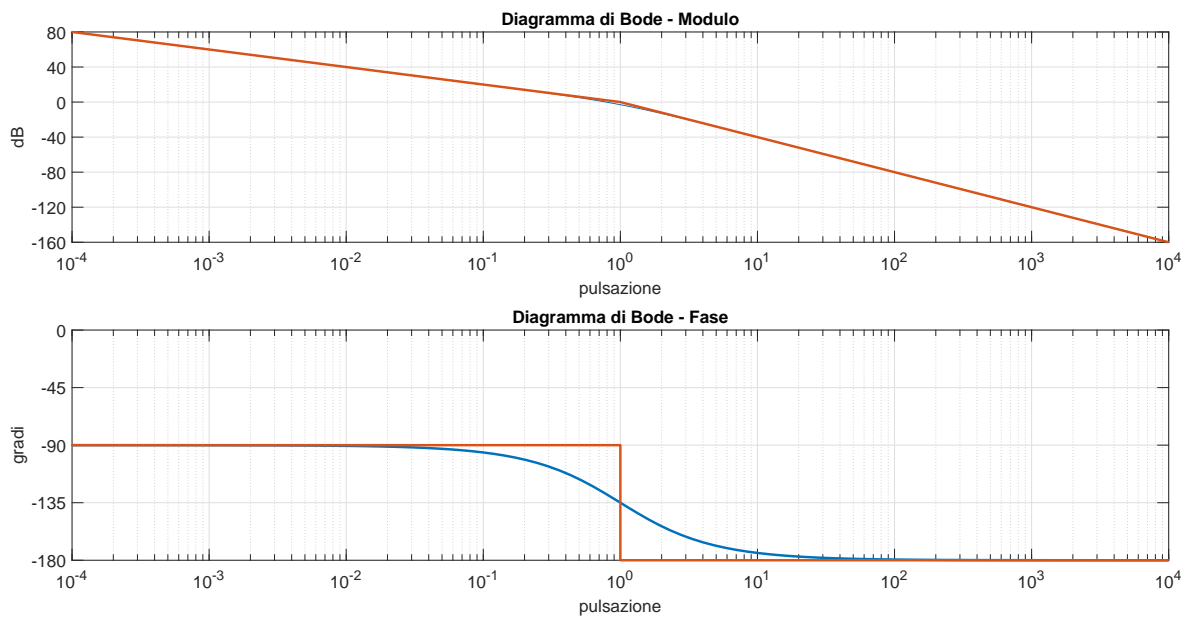


con funzione di trasferimento $L(s)$ pari a $\frac{1}{s(1+s)}$.

4.1) Dal diagramma di Bode della funzione d'anello $L(s)$, rappresentato a seguire, valutare se il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.



4.2) Stimare l'andamento del diagramma di Bode (modulo e fase) della funzione di trasferimento da $y^\circ(t)$ a $y(t)$ a partire dal diagramma di Bode della funzione d'anello assegnata. (Disegnare il diagramma sovrapposto a quello a seguire della funzione d'anello).



4.3) In riferimento l'andamento dell'uscita $y(t)$ quando si applica il segnale $y^\circ(t) = sca(t)$: Che valore assume a regime il segnale $y(t)$? In quanto tempo, indicativamente, si raggiunge il valore di regime?

4.4) Considerando lo schema di controllo assegnato, calcolare la funzione di trasferimento da $d(t)$ a $y(t)$.

4.5) Se $y^\circ(t) = 5\text{sen}(0,01t) + \text{sen}(100t)$, quanto vale, a regime l'uscita $y(t)$ del sistema?

5. Enunciare il teorema della risposta in frequenza per i sistemi lineari a tempo continuo.