



# Fondamenti di Automatica

A.A. 2016/2017

Proff. S. Bittanti, A. Colombo, S. Formentin

14 settembre 2017

NOME: \_\_\_\_\_

COGNOME: \_\_\_\_\_

MATRICOLA/CODICE PERSONA: \_\_\_\_\_

FIRMA: \_\_\_\_\_

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5

- **Completare** l'intestazione della copertina del fascicolo.
- Controllare il **numero di pagine** del fascicolo che deve essere di **9** esclusa questa copertina.
- Rispondere alle domande esclusivamente su **fogli d'esame**, nello spazio libero. Qualora non fosse sufficiente, è possibile utilizzare il retro del foglio. Qualunque altro foglio non sarà considerato.
- Durante l'esame non è possibile usare appunti, libri, etc.
- Non è concesso scrivere in matita.
- La precisione e la chiarezza delle risposte saranno oggetto di valutazione.

1. Si consideri il seguente sistema non lineare

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -2 \cdot x_1(t) - x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = \alpha \cdot (x_1^2(t)) \cdot x_2(t) + u(t) \\ y(t) = x_1(t) - x_2(t) \end{cases}$$

1.1) Per  $\alpha = 1$ , calcolare lo stato e l'uscita di equilibrio per l'ingresso costante  $u(t) = \bar{u} = 2 \forall t \geq 0$ .

1.2) Valutare la stabilità del punto di equilibrio calcolato nel punto precedente.

1.3) Per  $\alpha = 0$ , determinare il movimento dello stato del sistema se  $x_1(0) = 2$ ,  $x_2(0) = -2$  ed  $u(t) = \bar{u} = 2$ .

1.4) Disegnare l'andamento qualitativo dell'uscita del sistema per  $t \geq 0$ , considerando il movimento dello stato ricavato nel punto precedente.

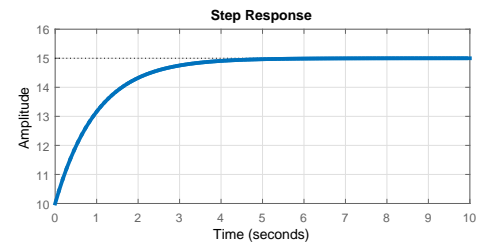
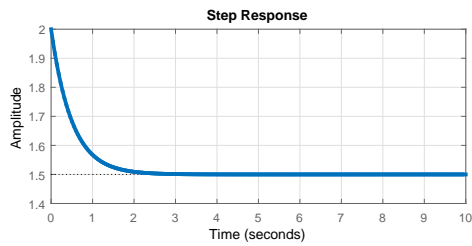
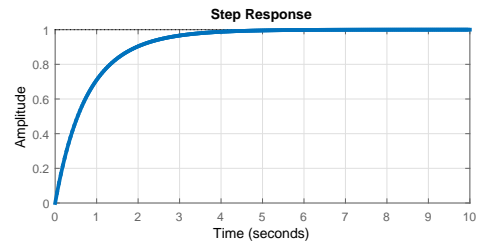
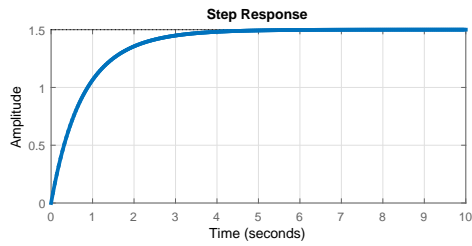
2. Si consideri il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -2x_1(t) + x_2(t) + 2u(t) \\ \dot{x}_2(t) = \alpha \cdot x_2(t) + u(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases}$$

2.1) Dire, giustificando la risposta, per quali valori di  $\alpha$  il sistema è asintoticamente stabile.

2.2) Per  $\alpha = -1$ , ricavare la funzione di trasferimento del sistema con ingresso  $u(t)$  ed uscita  $y(t)$ .

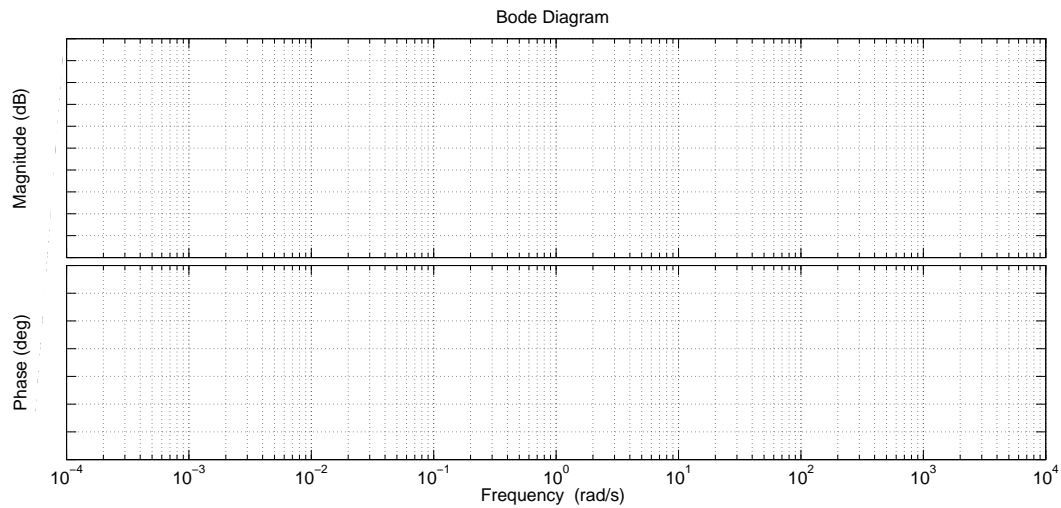
2.3) Scegliere fra i seguenti grafici, la risposta allo scalino unitario del sistema la cui funzione di trasferimento è stata ricavata nel punto precedente. Motivare la risposta.



3. Si consideri la seguente funzione di trasferimento:

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{10}{(1 + 10s)^2}$$

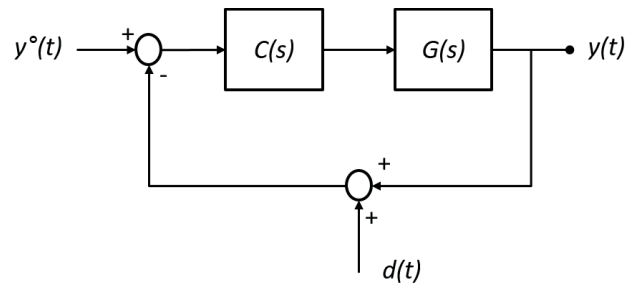
3.1) Tracciare i diagrammi asintotici ed esatti del modulo e della fase della risposta in frequenza associata a  $F(s)$ .



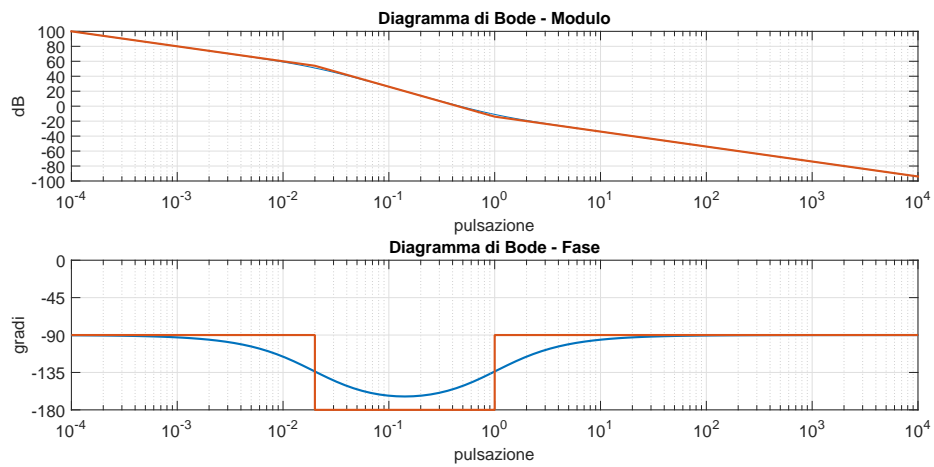
3.2) Disegnare il diagramma polare qualitativo associato a  $F(s)$ .

3.3) Ricavare l'espressione analitica della risposta allo scalino del sistema descritto dalla funzione di trasferimento  $F(s)$ .

4. Si consideri il seguente sistema retroazionato,



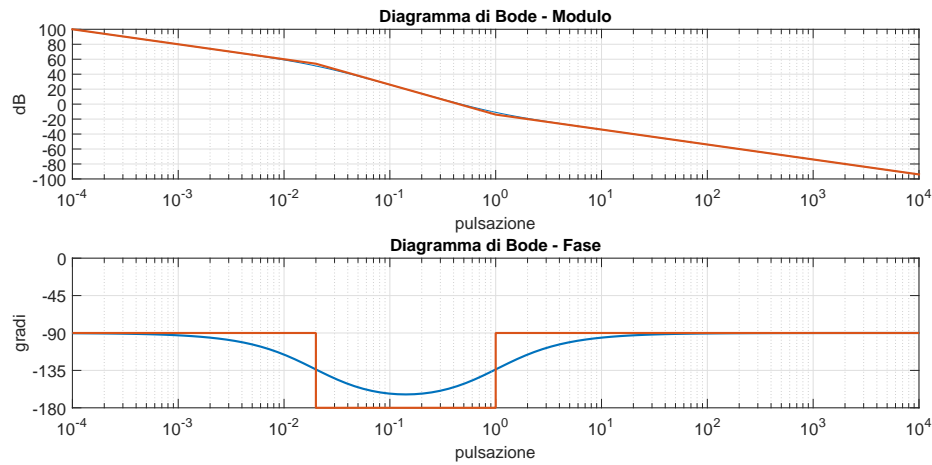
con il seguente diagramma di Bode della funzione d'anello  $L(s)$ .



4.1) Valutare dal diagramma di Bode di  $L(s)$  se il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.



4.2) Stimare l'andamento del diagramma di Bode (modulo e fase) della funzione di trasferimento da  $y^\circ(t)$  a  $y(t)$  a partire dal diagramma di Bode della funzione d'anello assegnata. (Disegnare il diagramma sovrapposto a quello a seguire della funzione d'anello).



4.3) Valutare l'andamento dell'uscita  $y(t)$  quando si applica il segnale  $y^\circ(t) = sca(t)$ : Che valore assume a regime il segnale  $y(t)$ ? In quanto tempo, indicativamente, si raggiunge il valore di regime? (Considerare il segnale  $d(t)$  nullo  $\forall t$ .)

4.4) Se  $y^\circ(t) = 1 + \cos(100t)$ , quanto vale l'uscita  $y(t)$  a transitorio esaurito?

4.5) Scrivere la funzione di trasferimento da  $d(t)$  a  $y(t)$  considerando l'espressione generica " $L(s)$ " come funzione di trasferimento d'anello.

5. Enunciare il criterio di Bode per la stabilità dei sistemi lineari a tempo continuo. Mettere in evidenza quali condizioni devono essere rispettate per poter applicare il criterio.